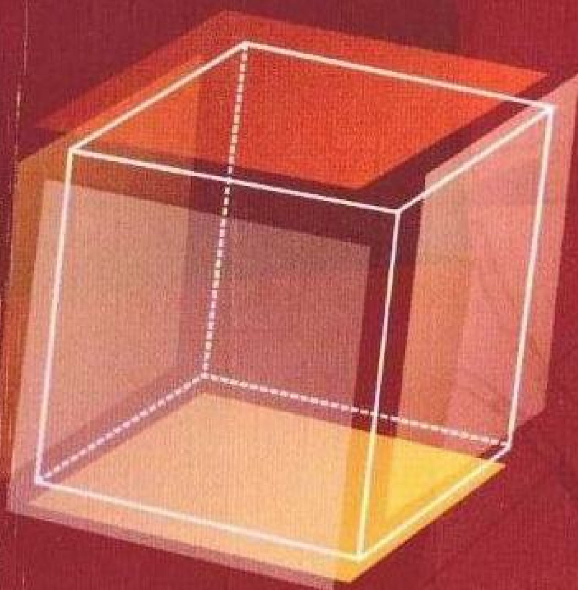
NGUYỄN ĐỨC TẤN - TẠ THẬP - NGUYỄN ĐỨC HÒA

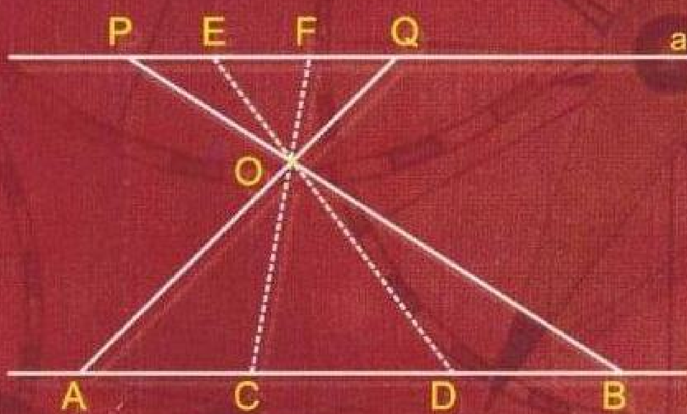
Hướng dẫn

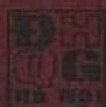
GIẢI BÀI TẬP TOÁN

8

Tập 2







NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NGUYỄN ĐỨC TẤN – TẠ THẬP – NGUYỄN ĐỨC HÒA

Hướng dẫn

GIẢI BÀI TẬP TOÁN 8

Tập 2

(Tái bản lần thứ hai)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối - Hai Bà Bà Trưng - Hà Nội
Điện thoại: (04) 39714896; (04) 39724770; Fax:(04) 39714899

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc: PHÙNG QUỐC BẢO
Tổng biên tập: PHẠM THỊ TRÂM

Biên tập: HÒANG YẾN
Chế bản: CÔNG TY SÁCH - TBGD ĐỨC TRÍ
Trình bày bìa: XUÂN VIỆT

Đối tác liên kết xuất bản:
CÔNG TY SÁCH - TBGD ĐỨC TRÍ

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TOÁN 8 - TẬP 2

Mã số: 1L - 136ĐH2009
In 3.000 cuốn, khổ 16 x 24cm tại công ty TNHH in và bao bì Hưng Phú.
Số xuất bản: 364-2009/CXB/16-56/ĐHQGHN, ngày 29/4/2009
Quyết định xuất bản số: 136 LK-TN/XB
In xong và nộp lưu chiểu quý III năm 2009.

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương III: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

§1. MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Một phương trình với ẩn x có dạng A(x) = B(x), trong đó vế trái A(x) và vế phải B(x) là hai biểu thức cùng một biến x.

– Hệ thức x = m (m là một số nào đó) cũng là một phương trình, m là nghiệm duy nhất của phương trình.

– Một phương trình có thể có một nghiệm, hai nghiệm... cũng có thể không có nghiệm nào (vô nghiệm) hoặc có vô số nghiệm.

- Tập hợp tất cả các nghiệm của một phương trình được gọi là tập nghiệm của phương trình đó và thường được ký hiệu bởi S.
- Hai phương trình có cùng tập nghiệm là hai phương trình tương đương.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

1. Với mỗi phương trình sau, hãy xét xem $x = -3$ có là nghiệm của nó không?

a) $5x - 2 = 4x - 5$ c) $2(3x + 5) = x - 5$

b) $x + 5 = 3x + 4$ d) $x^2 - 9 = 6x$

2. Nối mỗi phương trình sau với các nghiệm của nó:

$7x - 5 = 6(x - 1) + \frac{1}{2}$ (a) -3

$x^2 + x - 6 = 0$ (b) 5

$\frac{3}{x-4} - 5 = 3 - x$ (c) $-\frac{1}{2}$

3. Hãy cho biết tập nghiệm của các phương trình:

a) $7x + 3 = 3 + 7x$ b) $3x - 1 = 3x + 1$

4. Hãy thử lại và cho biết các kết luận sau có đúng không:

a) $4x^2 - x - 1 = 3x^2 + 1 \Leftrightarrow x = -2$

b) $(x + 3)(x^2 - 2) = x \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$

c) $x^4 + 1 = x^2 - 1 \Leftrightarrow x = -1$

5. Hai phương trình sau có tương đương không? Vì sao?

$7x - 1 = -1$ và $2x(x + 3) = 0$

Giải

1. a) Với $x = -3$ vế trái có giá trị là $5(-3) - 2 = -15 - 2 = -17$, vế phải có giá trị là $4(-3) - 5 = -12 - 5 = -17$.

Vậy $x = -3$ là nghiệm của phương trình $5x - 2 = 4x - 5$.

b) Với $x = -3$ vế trái có giá trị là $-3 + 5 = 2$, vế phải có giá trị là $3(-3) + 4 = -9 + 4 = -5$. Vì $2 \neq -5$, vậy $x = -3$ không là nghiệm của phương trình $x + 5 = 3x + 4$.

c) Với $x = -3$ vế trái có giá trị là $2[3(-3) + 5] = 2(-9 + 5) = 2(-4) = -8$, vế phải có giá trị là $-3 - 5 = -8$.

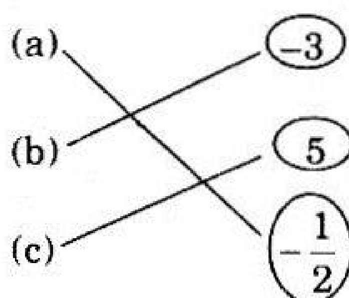
Vậy $x = -3$ là nghiệm của phương trình $2(3x + 5) = x - 5$

d) Với $x = -3$ vế trái có giá trị là $(-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$, vế phải có giá trị là $6(-3) = -18$. Vì $0 \neq -18$, vậy $x = -3$ không là nghiệm của phương trình $x^2 - 9 = 6x$.

2. $7x - 5 = 6(x - 1) + \frac{1}{2}$ (a)

$x^2 + x - 6 = 0$ (b)

$\frac{3}{x - 4} - 5 = 3 - x$ (c)



3. a) $S = R$ b) $S = \varnothing$

4. Các kết luận đều sai, vì:

a) Với $x = -2$ vế trái có giá trị là 17, vế phải có giá trị là 13, khác nhau.

b) Với $x = \sqrt{2}$ vế trái có giá trị là 0, vế phải có giá trị là $\sqrt{2}$, khác nhau.

c) Với $x = -1$ vế trái có giá trị là 2, vế phải có giá trị là 0, khác nhau.

5. $x = -3$ thỏa mãn là nghiệm của phương trình $2x(x + 3) = 0$. Nhưng không thỏa mãn là nghiệm của phương trình: $7x - 1 = -1$. Vậy hai phương trình $7x - 1 = -1$ và $2x(x + 3) = 0$ không tương đương.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

1. Chứng tỏ rằng: $S = \{-3; 5\}$ là tập nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

2. Chứng tỏ rằng phương trình: $(x + 2m)(x - 2) = 5x - 10$

Nhận $x = 2$ làm nghiệm với mọi giá trị của m.

Hướng dẫn – đáp số

1. Chứng tỏ -3; 5 là nghiệm bằng cách thử trực tiếp và chứng tỏ phương trình không còn có nghiệm nào khác.

Giả sử a là một nghiệm của phương trình, ta có:

$$a^2 - 2a - 15 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 2a + 1) - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - 1)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow a - 1 = 4 \text{ hoặc } a - 1 = -4$$

$$\Leftrightarrow \quad a = 5 \text{ hoặc } \quad a = -3$$

2. Với $x = 2$ vế trái và vế phải của phương trình có cùng giá trị là 0 với mọi m.

§2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN VÀ CÁCH GIẢI

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa phương trình bậc nhất một ẩn:

Phương trình dạng $ax + b = 0$, với a và b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Hai quy tắc biến đổi phương trình:

– Quy tắc chuyển vế: Trong một phương trình, ta có thể chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu hạng tử đó.

– Quy tắc nhân với một số: Trong một phương trình, ta có thể nhân (hoặc chia) cả hai vế với cùng một số khác 0.

3. Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn:

Từ một phương trình, dùng quy tắc chuyển vế hay quy tắc nhân, ta luôn được một phương trình mới tương đương với phương trình đã cho.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

6. Hãy chỉ ra các phương trình bậc nhất trong các phương trình sau:

a) $3x + 5 = 0$

b) $x + 4 = 0$

c) $x^2 + x = 1$

d) $13x = 0$

e) $0x - 9 = 0$

f) $\frac{1}{x} = 2$

7. Giải các phương trình sau:

a) $5x - 35 = 0$

b) $7x - x - 18 = 0$

c) $x - 9 = 1 - x$

d) $18 - 5x = 9 - 2x$

8. Tìm giá trị của m sao cho phương trình sau nhận $x = -3$ làm nghiệm: $7x - 2m = x + 1$.

9. Tìm giá trị của m, biết rằng phương trình:

$4x^2 + m^2 = 6x$ nhận $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm.

Giải

6. Các phương trình bậc nhất là:

a) $3x + 5 = 0$ b) $x + 4 = 0$ d) $13x = 0$

7. a) $5x - 35 = 0$

$\Leftrightarrow 5x = 35$

$\Leftrightarrow x = 35 : 5$

$\Leftrightarrow x = 7$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{7\}$

b) $7x - x - 18 = 0$

$\Leftrightarrow 6x - 18 = 0$

$\Leftrightarrow 6x = 18$

$\Leftrightarrow x = 18 : 6$

$\Leftrightarrow x = 3$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{3\}$

c) $x - 9 = 1 - x$

$\Leftrightarrow x + x = 1 + 9$

$\Leftrightarrow 2x = 10$

$\Leftrightarrow x = 10 : 2$

$\Leftrightarrow x = 5$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{5\}$

d) $18 - 5x = 9 - 2x$

$\Leftrightarrow -5x + 2x = 9 - 18$

$\Leftrightarrow -3x = -9$

$\Leftrightarrow x = -9 : (-3)$

$\Leftrightarrow x = 3$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{3\}$

8. $x = -3$ là nghiệm của phương trình: $7x - 2m = x + 1$

Nên có: $7(-3) - 2m = (-3) + 1$

$\Leftrightarrow\quad -21 - 2m = -2$

$\Leftrightarrow\quad -2m = -2 + 21$

$\Leftrightarrow\quad -2m = 19$

$\Leftrightarrow\quad m = -\dfrac{19}{2}$

9. $x = \dfrac{1}{2}$ là nghiệm của phương trình $4x^2 + m^2 = 6x$.

Nên có: $4\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + m^2 = 6.\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow\quad 1 + m^2 = 3$

$\Leftrightarrow\quad m^2 = 2$

$\Leftrightarrow\quad m = \pm\sqrt{2}$

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Xác định m để phương trình có nghiệm dương: $m^2x + 3m^2 = -x + 6$.

Hướng dẫn – đáp số

$m^2x + 3m^2 = -x + 6$

$\Leftrightarrow\quad m^2x + x = 6 - 3m^2$

$\Leftrightarrow\quad x(m^2 + 1) = 6 - 3m^2$

$\Leftrightarrow\quad x = \dfrac{3(2 - m^2)}{m^2 + 1}$

Vì $m^2 + 1 > 0$ với mọi m.

Phương trình có nghiệm dương, nên: $x > 0$

$\Leftrightarrow 2 - m^2 > 0 \Leftrightarrow m^2 < 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

§3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA ĐƯỢC VỀ DẠNG ax + b = 0

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Khi giải phương trình, chúng ta thường tìm cách biến đổi để đưa phương trình đó về dạng biết cách giải (đơn giản nhất là dạng $ax + b = 0$ hay $ax = -b$). Quá trình giải có thể dẫn đến trường hợp đặc biệt là hệ số của ẩn bằng 0. Khi đó phương trình có thể vô nghiệm hoặc nghiệm đúng với mọi x.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

10. Giải các phương trình sau:

a) $7x - 8 = 6x - 5$

b) $7 - (x - 2) = 5(2 - 3x)$

c) $32 - 4(0,5y - 5) = 3y + 2$

d) $2,5(y - 1) = 2,5y$

11. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{3x - 7}{5} = \frac{2x - 1}{3}$

b) $\frac{4x + 7}{12} + x = \frac{3x}{8}$

12. Chọn câu trả lời đúng.

Phương trình: $x - 1963 = x - 1963$

A. Vô nghiệm

B. Nghiệm đúng với mọi x

C. Chỉ có một nghiệm là $x = -1963$

D. Chỉ có một nghiệm là $x = 1963$

13. Giải phương trình sau: $\frac{x + 1}{99} + \frac{x + 4}{96} + \frac{x + 8}{92} + \frac{x + 3}{97} + 4 = 0.$

Giải

10. a) $7x - 8 = 6x - 5$

$\Leftrightarrow 7x - 6x = -5 + 8$

$\Leftrightarrow x = 3$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{3\}$

b) $7 - (x - 2) = 5(2 - 3x)$

$\Leftrightarrow 7 - x + 2 = 10 - 15x$

$\Leftrightarrow 9 - x = 10 - 15x$

$\Leftrightarrow -x + 15x = 10 - 9$

$\Leftrightarrow 14x = 1$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{14}$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \left\{\frac{1}{14}\right\}$

c) $32 - 4(0,5y - 5) = 3y + 2$

$\Leftrightarrow 32 - 2y + 20 = 3y + 2$

$\Leftrightarrow 52 - 2y = 3y + 2$

$\Leftrightarrow -2y - 3y = 2 - 52$

$\Leftrightarrow \quad -5y = -50$

$\Leftrightarrow \quad y = 10$

Vậy phương trình có tập hợp nghiệm S = {10}

d) 2,5 (y – 1) = 2,5y

$\Leftrightarrow \quad y - 1 = y$

$\Leftrightarrow \quad y - y = 1$

$\Leftrightarrow \quad 0y = 1$

$\Leftrightarrow \quad x \in \varnothing$

Vậy phương trình vô nghiệm.

11. a) $\Leftrightarrow \quad \dfrac{3x - 7}{5} = \dfrac{2x - 1}{3}$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{3(3x - 7)}{15} = \dfrac{5(2x - 1)}{15}$

$\Leftrightarrow \quad 3(3x - 7) = 5(2x - 1)$

$\Leftrightarrow \quad 9x - 21 = 10x - 5$

$\Leftrightarrow \quad 9x - 10x = -5 + 21$

$\Leftrightarrow \quad -x = 16$

$\Leftrightarrow \quad x = -16$

Vậy phương trình có tập nghiệm S = {–16}

b) $\dfrac{4x + 7}{12} + x = \dfrac{3x}{8}$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{2(4x + 7) + 24x}{24} = \dfrac{9x}{24}$

$\Leftrightarrow \quad 2(4x + 7) + 24x = 9x$

$\Leftrightarrow \quad 8x + 14 + 24x = 9x$

$\Leftrightarrow \quad 32x + 14 = 9x$

$\Leftrightarrow \quad 32x - 9x = -14$

$\Leftrightarrow \quad 23x = -14$

$\Leftrightarrow \quad x = \dfrac{-14}{23}$

Vậy phương trình có tập nghiệm S = $\left\{\dfrac{-14}{23}\right\}$

12. $x - 1963 = x - 1963$

$\Leftrightarrow \quad x - x = -1963 + 1963$

$\Leftrightarrow \quad 0 = 0$

Phương trình nghiệm đúng với mọi x. Vì vậy chọn B.

13. $\frac{x+1}{99} + \frac{x+4}{96} + \frac{x+8}{92} + \frac{x+3}{97} + 4 = 0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{99} + 1\right) + \left(\frac{x+4}{96} + 1\right) + \left(\frac{x+8}{92} + 1\right) + \left(\frac{x+3}{97} + 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{x+1+99}{99} + \frac{x+4+96}{96} + \frac{x+8+92}{92} + \frac{x+3+97}{97} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{x+100}{99} + \frac{x+100}{96} + \frac{x+100}{92} + \frac{x+100}{97} = 0$

$\Leftrightarrow (x + 100)\left(\frac{1}{99} + \frac{1}{96} + \frac{1}{92} + \frac{1}{97}\right) = 0$

$\Leftrightarrow (x + 100) = 0$

$\Leftrightarrow x = -100$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-100\}$.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

1. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{x+5}{99} + \frac{x-92}{96} + \frac{x-179}{93} + \frac{x+646}{91} = 0.$

b) $\frac{x+5}{95} + \frac{x+3}{97} + \frac{x+2}{98} = \frac{x}{100} + \frac{x+7}{93} + \frac{x-1}{101}.$

2. Cho a, b, c khác 0 và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \neq 0$

Giải phương trình ẩn x sau: $\frac{x-b-c}{a} + \frac{x-c-a}{b} + \frac{x-a-b}{c} = 3.$

Hướng dẫn – đáp số

1. a) $\frac{x+5}{99} + \frac{x-92}{96} + \frac{x-179}{93} + \frac{x+646}{91} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{x+5}{99} + \frac{x-92}{96} + \frac{x-179}{93} + \frac{x+646}{91} = 0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x+5}{99} + 1\right) + \left(\frac{x-92}{96} + 2\right) + \left(\frac{x-179}{93} + 3\right) + \left(\frac{x+646}{91} - 6\right) = 0$

2. $\frac{x-b-c}{a}+\frac{x-c-a}{b}+\frac{x-a-b}{c}=3$

$\Leftrightarrow (\frac{x-b-c}{a}-1)+(\frac{x-c-a}{b}-1)+(\frac{x-a-b}{c}-1)=0$

LUYỆN TẬP

14. Chọn câu trả lời đúng.

Số nào trong các số sau: -5; $\frac{1}{2}$; 3; 1 là nghiệm của phương trình:

$\frac{5x-8}{3}=\frac{1-3x}{2}$

A. -5 B. $\frac{1}{2}$ C. 3 D. 1

15. Giải các phương trình sau:

a) $(x-5)(x+3)-7=(x+1)^2+4$

b) $\frac{x-4}{3}-\frac{9x-2}{8}=\frac{3x-1}{12}+\frac{3x+1}{4}$

16. Gọi số học sinh lớp 8A của trường X là x (học sinh). Viết phương trình biểu thị điều có được sau: Gấp 3 lần số học sinh lớp 8A và thêm 10 học sinh thì bằng 5 lần số học sinh lớp này bớt đi 70 học sinh.

17. Giải các phương trình sau:

a) $4(x-5)=3(x+2)+x$ b) $5x-8=2(x-4)+3x$

18. Giải các phương trình sau:

$$\frac{\frac{x-1}{2}-3}{5}-\frac{\frac{3x-2}{5}+2}{4}=1$$

19. Tìm giá trị của m sao cho phương trình:

$(3x-5)(2x+1)-3(m-1)x=2$ có nghiệm $x=2$

20. Giải phương trình sau: $-\frac{x+2013}{3}=\frac{x+5}{1999}+\frac{x+7}{1997}+\frac{x+4}{2000}$

Giải

14. $\dfrac{5x - 8}{3} = \dfrac{1 - 3x}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2(5x - 8)}{6} = \dfrac{3(1 - 3x)}{6}$

$\Leftrightarrow 2(5x - 8) = 3(1 - 3x)$

$\Leftrightarrow 10x - 16 = 3 - 9x$

$\Leftrightarrow 10x + 9x = 3 + 16$

$\Leftrightarrow x = 1$

S = {1}. Chọn D.

15. a) $(x - 5)(x + 3) - 7 = (x + 1)^2 + 4$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 5x - 15 - 7 = x^2 + 2x + 1 + 4$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 22 = x^2 + 2x + 5$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - x^2 - 2x = 5 + 22$

$\Leftrightarrow -4x = 27$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{27}{4}$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{\dfrac{-27}{4}\right\}$.

b) $\dfrac{x - 4}{3} - \dfrac{9x - 2}{8} = \dfrac{3x - 1}{12} + \dfrac{3x + 1}{4}$

$\Leftrightarrow \dfrac{8(x - 4) - 3(9x - 2)}{24} = \dfrac{2(3x - 1) + 6(3x + 1)}{24}$

$\Leftrightarrow 8(x - 4) - 3(9x - 2) = 2(3x - 1) + 6(3x + 1)$

$\Leftrightarrow 8x - 32 - 27x + 6 = 6x - 2 + 18x + 6$

$\Leftrightarrow -19x - 26 = 24x + 4$

$\Leftrightarrow -19x - 24x = 4 + 26$

$\Leftrightarrow -43x = 30$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{30}{43}$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{\dfrac{-30}{43}\right\}$.

16. 3 lần số học sinh lớp 8A và thêm 10 học sinh là $3x + 10$ (học sinh).

5 lần số học sinh lớp 8A bớt đi 70 học sinh là $5x - 70$ (học sinh).

Phương trình có được là: $3x + 10 = 5x - 70$.

17. a) $4(x - 5) = 3(x + 2) + x$

$\Leftrightarrow 4x - 20 = 3x + 6 + x$

$\Leftrightarrow 4x - 20 = 4x + 6$

$\Leftrightarrow 4x - 4x = 6 + 20$

$\Leftrightarrow 0x = 26$

$\Leftrightarrow x \in \varnothing$

Vậy phương trình vô nghiệm.

b) $5x - 8 = 2(x - 4) + 3x$

$\Leftrightarrow 5x - 8 = 2x - 8 + 3x$

$\Leftrightarrow 5x - 8 = 5x - 8$

$\Leftrightarrow 0x = 0$

$\Leftrightarrow x \in R$

Vậy phương trình nghiệm đúng với mọi x.

18.

$$\frac{\dfrac{x-1}{2} - 3}{5} - \frac{\dfrac{3x-2}{5} + 2}{4} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x - 1 - 6}{10} - \frac{3x - 2 + 10}{20} = 1$$

$\Leftrightarrow 2(x - 7) - (3x + 8) = 20$

$\Leftrightarrow 2x - 14 - 3x - 8 = 20$

$\Leftrightarrow -x - 22 = 20$

$$\Leftrightarrow \quad -x = 20 + 22$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -42$$

Vậy phương trình có tập nghiệm S = {–42}.

19. Phương trình có nghiệm x = 2 nên có:

$$(3.2 - 5)(2.2 + 1) - 3(m - 1).2 = 2$$

$$\Leftrightarrow \quad 5 - 6(m - 1) = 2$$

$$\Leftrightarrow \quad -6(m - 1) = 2 - 5$$

$$\Leftrightarrow \quad -6(m - 1) = -3$$

$$\Leftrightarrow \quad m - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad m = \frac{1}{2} + 1$$

$$\Leftrightarrow \quad m = 1\frac{1}{2}$$

20. $$-\frac{x + 2013}{3} = \frac{x + 5}{1999} + \frac{x + 7}{1997} + \frac{x + 4}{2000}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x + 5}{1999} + \frac{x + 7}{1997} + \frac{x + 4}{2000} + \frac{x + 2013}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x + 5}{1999} + 1\right) + \left(\frac{x + 7}{1997} + 1\right) + \left(\frac{x + 4}{2000} + 1\right) + \left(\frac{x + 2013}{3} - 3\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x + 2004}{1999} + \frac{x + 2004}{1997} + \frac{x + 2004}{2000} + \frac{x + 2004}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2004)\left(\frac{1}{1999} + \frac{1}{1997} + \frac{1}{2000} + \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2004 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2004$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là S = {–2004}.

§4. PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

$A(x).B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0$ hoặc $B(x) = 0$

Muốn giải phương trình $A(x).B(x) = 0$, ta giải hai phương trình $A(x) = 0$ và $B(x) = 0$, rồi lấy tất cả các nghiệm của chúng.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

21. Giải các phương trình sau:

a) $(2x - 7)(5x + 9) = 0$

b) $(3x - 1)(5x + 4)(2x - 9) = 0$

c) $(5,2x - 10,4)(2,3x + 6,9) = 0$

d) $(2x^2 + 3)(2x + 3) = 0$

22. Giải các phương trình sau:

a) $3x(x - 2) + 5(x - 2) = 0$

b) $(2x - 7)^2 - (x + 4)^2 = 0$

Giải

21. a) $(2x - 7)(5x + 9) = 0$

$\Leftrightarrow$ $2x - 7 = 0$ hoặc $(5x + 9) = 0$

$\Leftrightarrow$ $2x = 7$ hoặc $5x = -9$

$\Leftrightarrow$ $x = \frac{7}{2}$ hoặc $x = -\frac{9}{5}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{7}{2}; \frac{-9}{5}\right\}$.

b) $(3x - 1)(5x + 4)(2x - 9) = 0$

$\Leftrightarrow$ $(3x - 1) = 0$ hoặc $(5x + 4) = 0$ hoặc $(2x - 9) = 0$

$\Leftrightarrow$ $3x = 1$ hoặc $5x = -4$ hoặc $2x = 9$

$\Leftrightarrow$ $x = \frac{1}{3}$ hoặc $x = -\frac{4}{5}$ hoặc $x = \frac{9}{2}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{1}{3}; \frac{-4}{5}; \frac{9}{2}\right\}$.

c) $(5,2x - 10,4)(2,3x + 6,9) = 0$

$\Leftrightarrow$ $(5,2x - 10,4) = 0$ hoặc $(2,3x + 6,9) = 0$

$\Leftrightarrow$ $5,2x = 10,4$ hoặc $2,3x = -6,9$

$\Leftrightarrow$ $x = \frac{10,4}{5,2}$ hoặc $x = -\frac{6,9}{2,3}$

$\Leftrightarrow$ $x = 2$ hoặc $x = -3$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{2; -3\}$.

d) $(2x^2 + 3)(2x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2x^2 + 3 = 0$ hoặc $2x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2x^2 = -3$ hoặc $2x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2 = -\dfrac{3}{2}$ hoặc $2x = -3$

$\Leftrightarrow \quad x \in \varnothing$ hoặc $x = -\dfrac{3}{2}$

$\Leftrightarrow \quad x = -\dfrac{3}{2}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\dfrac{-3}{2}\right\}$.

22. a) $3x(x - 2) + 5(x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow \quad (x - 2)(3x + 5) = 0$

$\Leftrightarrow \quad (x - 2) = 0$ hoặc $(3x + 5) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 2$ hoặc $x = -\dfrac{5}{3}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{2; \dfrac{-5}{3}\right\}$.

b) $(2x - 7)^2 - (x + 4)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (2x - 7 + x + 4)(2x - 7 - x - 4) = 0$

$\Leftrightarrow (3x - 3)(x - 11) = 0$

$\Leftrightarrow \quad (3x - 3) = 0$ hoặc $(x - 11) = 0$

$\Leftrightarrow \quad 3x = 3$ hoặc $x = 11$

$\Leftrightarrow \quad x = 1$ hoặc $x = 11$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{1 ; 11\}$.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Giải các phương trình sau:

a) $x^3 - 7x + 6 = 0$ b) $x^4 = 5x^2 - 6$

Hướng dẫn – đáp số

a) $x^3 - 7x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x^3 - x^2 + x^2 - x - 6x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x^2(x-1)+x(x-1)-6(x-1)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2+x-6) \quad = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x+3x-6) \quad = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)[x(x-2)+3(x-2)] \quad = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x+3) \quad = 0$

b) $S = \{\sqrt{3}; -\sqrt{3}; \sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$

LUYỆN TẬP

23. Giải các phương trình sau:

a) $3x(x-7)=2(x-7)$ b) $4x-12=5x(x-3)$

24. Giải các phương trình sau:

a) $(x^2-6x+9)-25=0$ b) $25x^2+10x+1=x^2$

25. Giải các phương trình sau:

a) $(4x-3)(x^2-2x+4)=(4x-3)(6x-12)$

b) $(x^2-9)+4x(x-3)=2(x-3)$

26. Xác định m để phương trình sau có nghiệm bằng 2.

$$\frac{1}{2}x^4+\frac{1}{4}m^3x^2-4x-7m=0$$

Giải

23. a) $3x(x-7) \quad = 2(x-7)$

$\Leftrightarrow 3x(x-7)-2(x-7) \quad = 0$

$\Leftrightarrow (x-7)(3x-2) \quad = 0$

$\Leftrightarrow \quad x-7=0$ hoặc $3x-2=0$

$\Leftrightarrow \quad x=7$ hoặc $3x=2$

$\Leftrightarrow \quad x=7$ hoặc $x=\frac{2}{3}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{7;\frac{2}{3}\right\}$.

b) $4x-12 \quad = 5x(x-3)$

$\Leftrightarrow 4(x-3) \quad = 5x(x-3)$

$\Leftrightarrow 4(x-3)-5x(x-3) \quad = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)(4-5x) \quad = 0$

$\Leftrightarrow$ $x - 3 = 0$ hoặc $4 - 5x = 0$

$\Leftrightarrow$ $x = 3$ hoặc $5x = 4$

$\Leftrightarrow$ $x = 3$ hoặc $x = \frac{4}{5}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: $S = \left\{3; \frac{4}{5}\right\}$.

24. a) $(x^2 - 6x + 9) - 25 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3)^2 - 5^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3 + 5)(x - 3 - 5) = 0$

$\Leftrightarrow (x + 2)(x - 8) = 0$

$\Leftrightarrow$ $x + 2 = 0$ hoặc $(x - 8) = 0$

$\Leftrightarrow$ $x = -2$ hoặc $x = 8$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-2; 8\}$.

b) $25x^2 + 10x + 1 = x^2$

$\Leftrightarrow (5x + 1)^2 = x^2$

$\Leftrightarrow (5x + 1)^2 - x^2 = 0$

$\Leftrightarrow (5x + 1 + x)(5x + 1 - x) = 0$

$\Leftrightarrow (6x + 1)(4x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow$ $(6x + 1) = 0$ hoặc $(4x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow$ $6x = -1$ hoặc $4x = -1$

$\Leftrightarrow$ $x = -\frac{1}{6}$ hoặc $x = -\frac{1}{4}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{-\frac{1}{6}; -\frac{1}{4}\right\}$.

25. a) $(4x - 3)(x^2 - 2x + 4) - (4x - 3)(6x - 12) = 0$

$\Leftrightarrow (4x - 3)(x^2 - 2x + 4) - (4x - 3)(6x - 12) = 0$

$\Leftrightarrow (4x - 3)[(x^2 - 2x + 4) - (6x - 12)] = 0$

$\Leftrightarrow (4x - 3)(x^2 - 2x + 4 - 6x + 12) = 0$

$\Leftrightarrow (4x - 3)(x^2 - 8x + 16) = 0$

$\Leftrightarrow (4x - 3)(x - 4)^2 = 0$

$\Leftrightarrow$ $4x - 3 = 0$ hoặc $(x - 4)^2 = 0$

$\Leftrightarrow$ $4x = 3$ hoặc $x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow$ $x = \frac{3}{4}$ hoặc $x = 4$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{3}{4}; 4\right\}$.

b) $(x^2 - 9) + 4x(x - 3) = 2(x - 3)$

$\Leftrightarrow (x^2 - 9) + 4x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow (x + 3)(x - 3) + 4x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3)(x + 3 + 4x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3)(5x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3) = 0$ hoặc $(5x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 3$ hoặc $5x = -1$

$\Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = -\frac{1}{5}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{3; -\frac{1}{5}\right\}$.

26. Phương trình có một nghiệm bằng 2 nên có:

$\frac{1}{2} . 2^4 + \frac{1}{4} m^3 . 2^2 - 4 . 2 - 7m = 0$

$\Leftrightarrow 8 + m^3 - 8 - 7m = 0$

$\Leftrightarrow m^3 - 7m = 0$

$\Leftrightarrow m(m^2 - 7) = 0$

$\Leftrightarrow m(m + \sqrt{7})(m - \sqrt{7}) = 0$

$\Leftrightarrow m = 0$ hoặc $(m + \sqrt{7}) = 0$ hoặc $(m - \sqrt{7}) = 0$

$\Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = -\sqrt{7}$ hoặc $m = \sqrt{7}$

§5. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tìm điều kiện xác định của một phương trình.

Đặt điều kiện cho ẩn để tất cả các mẫu trong phương trình đều khác 0 và gọi đó là điều kiện xác định (viết tắt là ĐKXĐ) của phương trình.

2. Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu:

Cách giải phương trình chứa ẩn ở mẫu.

Bước 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình.

Bước 2: Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu.

Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được.

Bước 4 (kết luận): Trong các giá trị của ẩn tìm được ở bước 3, các giá trị thỏa mãn điều kiện xác định chính là nghiệm của phương trình đã cho.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

27. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{x^2 - 15}{3x} = \frac{5}{4} + \frac{x}{3}$

b) $\frac{(x^2 + 3x) - (2x + 6)}{3x} = 0$

c) $\frac{15x^2}{5x + 2} - 3x = 0$

28. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{3x - 5}{x + 4} - 2 = \frac{15}{x + 4}$ b) $\frac{1}{x} - \frac{x + 2}{x - 2} = \frac{-2}{x(x - 2)}$

Giải

27. a) ĐKXĐ: $x \neq 0$. Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được:

$4(x^2 - 15) = 5 . 3x + x . 4x$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 60 = 15x + 4x^2$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 15x - 4x^2 = 60$

$\Leftrightarrow -15x = 60$

$\Leftrightarrow x = 60 : (-15)$

$\Leftrightarrow x = -4$

$x = 4$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-4\}$.

b) ĐKXĐ: $x \neq 0$. Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được:

$(x^2 + 3x) - (2x + 6) = 0$

$\Leftrightarrow x(x + 3) - 2(x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow (x + 3)(x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow (x + 3) = 0$ hoặc $(x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow x = -3$ hoặc $x = 2$

$x = -3$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

$x = 2$ (thỏa mãn ĐKXĐ).

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-3 ; 2\}$.

c) ĐKXĐ: $x \neq -\frac{2}{5}$. Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được:

$15x^2 - 3x(5x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow 15x^2 - 15x^2 - 6x = 0$

$\Leftrightarrow -6x = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{0\}$.

28. a) ĐKXĐ: $x \neq -4$. Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được:

$3x - 5 - 2(x + 4) = 15$

$\Leftrightarrow 3x - 5 - 2x - 8 = 15$

$\Leftrightarrow x - 13 = 15$

$\Leftrightarrow x = 15 + 13$

$\Leftrightarrow x = 28$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{28\}$.

b) ĐKXĐ: $x \neq 0, x \neq 2$. Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được:

$x - 2 - x(x + 2) = -2$

$\Leftrightarrow x - 2 - x^2 - 2x = -2$

$\Leftrightarrow -x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow -x(x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ hoặc $(x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -1$

$x = 0$ (loại vì không thỏa mãn ĐKXĐ)

$x = -1$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1\}$.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Giải các phương trình sau:

a) $\frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} = \frac{1}{15}$

b) $\frac{1}{x^2+3x} + \frac{1}{x^2+9x+18} + \frac{1}{x^2+15x+54} = \frac{29}{27}$

Hướng dẫn – đáp số

a) ĐKXĐ: $x \neq -2; -3; -4; -5; -6$

$$\frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} = \frac{1}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+3)-(x+2)}{(x+2)(x+3)} + \frac{(x+4)-(x+3)}{(x+3)(x+4)} + \frac{(x+5)-(x+4)}{(x+4)(x+5)} + \frac{(x+6)-(x+5)}{(x+5)(x+6)} = \frac{1}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x+2)} - \frac{1}{(x+3)} + \frac{1}{(x+3)} - \frac{1}{(x+4)} + \frac{1}{(x+4)} - \frac{1}{(x+5)} + \frac{1}{(x+5)} -$$

$$\frac{1}{(x+6)} = \frac{1}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x+2)} - \frac{1}{(x+6)} = \frac{1}{15}$$

$$\Leftrightarrow 15(x+6) - 15(x+2) = (x+2)(x+6)$$

$$\Leftrightarrow 15x + 90 - 15x - 30 = x^2 + 6x + 2x + 12$$

$$\Leftrightarrow 60 = x^2 + 8x + 12$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) + 12(x-4) = 0$$

b) $$\frac{1}{x^2+3x} + \frac{1}{x^2+9x+18} + \frac{1}{x^2+15x+54} = \frac{29}{27}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+9)} = \frac{29}{27}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x(x+3)} + \frac{3}{(x+3)(x+6)} + \frac{3}{(x+6)(x+9)} = \frac{29}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+3)-x}{x(x+3)} + \frac{(x+6)-(x+3)}{(x+3)(x+6)} + \frac{(x+9)-(x+6)}{(x+6)(x+9)} = \frac{29}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{(x+3)} + \frac{1}{(x+3)} - \frac{1}{(x+6)} + \frac{1}{(x+6)} - \frac{1}{(x+9)} = \frac{29}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{(x+9)} = \frac{29}{9}$$

LUYỆN TẬP

29. Chọn câu trả lời đúng.

Phương trình $\frac{3}{4(x-5)} + \frac{7}{6(x+5)} + \frac{15}{20-2x^2} = 0$ có:

A. $S = \{5\}$ B. $S = \{R\}$ C. $S = \varnothing$ D. $S = \left\{3; -\frac{1}{2}\right\}$

30. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{7}{x-5} - 2 = \frac{3}{5-x}$ b) $\frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = \frac{-3x+2}{x^2-4}$

31. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+1}{x-2} = \frac{2(x^2+2)}{x^2-4}$

b) $\frac{3x-1}{x-1} - 1 = \frac{2x+5}{x+3} - \frac{4}{x^2+2x-3}$

32. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{1}{x} + x = 2$

b) $\frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} + \frac{1}{(x+7)(x+8)} = \frac{3}{40}$

33. Với giá trị nào của a thì biểu thức sau có giá trị bằng –2:

$\frac{a-4}{1-a} - \frac{a+4}{a+1}$

Giải

29. Chọn C.

30. a) ĐKXĐ: $x \neq 5$. Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được:

$7 - 2(x-5) = -3$

$\Leftrightarrow 7 - 2x + 10 = -3$

$\Leftrightarrow -2x + 17 = -3$

$\Leftrightarrow -2x = -3 - 17$

$\Leftrightarrow -2x = -20$

$\Leftrightarrow x = 10$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{10\}$.

b) ĐKXĐ: $x \neq -2$; $x \neq 2$. Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được

$x(x-2)-(x-1)(x+2) = -3x+2$

$\Leftrightarrow x^2-2x-(x^2+2x-x-2) = -3x+2$

$\Leftrightarrow x^2-2x-(x^2+x-2) = -3x+2$

$\Leftrightarrow x^2-2x-x^2-x+2 = -3x+2$

$\Leftrightarrow -3x+2 = -3x^2+2$

$\Leftrightarrow 0x = 0$

$\Leftrightarrow$ x tùy ý

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{x \in R / x \neq 2; x \neq -2\}$.

31. a) $x^2-4 = (x+2)(x-2)$

ĐKXĐ: $x \neq -2$; $x \neq 2$

Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được:

$(x-1)(x-2)+(x+1)(x+2) = 2(x^2+2)$

$\Leftrightarrow x^2-2x-x+2+x^2+2x+x+2 = 2x^2+4$

$\Leftrightarrow 0x = 0$

$\Leftrightarrow$ x tùy ý

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{x \in R / x \neq -2; x \neq 2\}$

b) $x^2+2x-3 = x^2-x+3x-3 = x(x-1)+3(x-1) = (x-1)(x+3)$

ĐKXĐ: $x \neq 1$; $x \neq -3$

Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được:

$(3x-1)(x+3)-(x^2+2x-3) = (2x+5)(x-1)-4$

$\Leftrightarrow 3x^2+9x-x-3-x^2-2x+3 = 2x^2-2x+5x-5-4$

$\Leftrightarrow 2x^2+6x = 2x^2+3x-9$

$\Leftrightarrow 6x-3x = -9$

$\Leftrightarrow 3x = -9$

$\Leftrightarrow x = -3$

$\Leftrightarrow x = -3$ (loại vì không thoả mãn ĐKXĐ)

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

32. a) ĐKXĐ: $x \neq 0$. Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được:

$1+x^2 = 2x$

$\Leftrightarrow 1+x^2-2x = 0$

$\Leftrightarrow \quad (1 - x)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 1 - x = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 1$

$x = 1$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{1\}$.

b) ĐKXĐ: $x \neq -5; -6; -7; -8$.

$$\frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} + \frac{1}{(x+7)(x+8)} = \frac{3}{40}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+6)-(x+5)}{(x+5)(x+6)} + \frac{(x+7)-(x+6)}{(x+6)(x+7)} + \frac{(x+8)-(x+7)}{(x+7)(x+8)} = \frac{3}{40}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} + \frac{1}{x+7} - \frac{1}{x+8} = \frac{3}{40}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+8} = \frac{3}{40}$$

Quy đồng mẫu số 2 vế và khử mẫu ta có:

$40(x + 8) - 40(x + 5) = 3(x + 5)(x + 8)$

$\Leftrightarrow 40x + 320 - 40x - 200 = 3x^2 + 24x + 15x + 120$

$\Leftrightarrow \quad 120 = 3x^2 + 39x + 120$

$\Leftrightarrow \quad 3x^2 + 39x = 0$

$\Leftrightarrow \quad 3x(x + 13) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 0$ hoặc $x + 13 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 0$ hoặc $\quad x = -13$

$x = 0$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

$x = -13$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{0; -13\}$.

33. Theo đầu bài có: $\dfrac{a-4}{1-a} - \dfrac{a+4}{a+1} = -2$.

ĐKXĐ: $a \neq 1; a \neq -1$

Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu ta được:

$(a - 4)(a + 1) - (a + 4)(1 - a) = -2(1 - a)(a + 1)$

$\Leftrightarrow a^2 + a - 4a - 4 - (a - a^2 + 4 - 4a) = -2(1 - a^2)$

$\Leftrightarrow a^2 + a - 4a - 4 - a + a^2 - 4 + 4a = -2 + 2a^2$

$\Leftrightarrow \quad 2a^2 - 8 = -2 + 2a^2$

$\Leftrightarrow \quad 0a = 6$

$\Leftrightarrow \quad a \in \varnothing$

Vậy không tồn tại giá trị a để biểu thức $\frac{a-4}{1-a} - \frac{a+4}{a+1}$ có giá trị là –2.

§6. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Bước 1: Lập phương trình:

– Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.

– Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.

– Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình.

Bước 3: Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

34. Mẫu của một phân số lớn hơn tử số của nó là 5 đơn vị. Nếu tăng cả tử và mẫu của nó thêm 3 đơn vị thì được phân số mới bằng $\frac{2}{3}$. Tìm phân số ban đầu.

35. Điểm kiểm tra môn Toán ở học kỳ I của học sinh lớp 8C có $\frac{3}{4}$ số học sinh cả lớp đạt điểm 10. Nếu có thêm 6 bạn đạt điểm 10 nữa thì tổng số học sinh đạt điểm 10 bằng 90% số học sinh cả lớp. Hỏi lớp 8C có bao nhiêu học sinh?

36. (Bài toán cổ Hi Lạp)

– Thưa Py–ta–go lỗi lạc, trường của người có bao nhiêu môn đệ?

Py–ta–go trả lời:

– Hiện nay một nửa đang học toán, một phần tư đang học nhạc, một phần bảy đang ngồi yên suy nghĩ. Ngoài ra còn có ba phụ nữ. Hỏi trường đại học của Py–ta–go có bao nhiêu người?

37. Một ôtô đi từ A đến B. Cùng thời điểm đó, một ôtô thứ hai đi từ B đến A với vận tốc bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc ôtô thứ nhất. Sau 5 giờ hai ôtô này gặp nhau. Hỏi mỗi ôtô đi cả quãng đường AB mất bao lâu?

38. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn sau $4\frac{4}{5}$ giờ thì bể đầy. Mỗi giờ lượng nước vòi I chảy được bằng $1\frac{1}{2}$ lượng nước vòi II chảy trong một giờ. Hỏi mỗi vòi chảy riêng trong bao lâu thì bể đầy?

39. Một đơn vị dân quân tham gia đắp một đoạn đường trong một số ngày quy định. Nếu mỗi ngày họ đắp được 50m đường thì sẽ hoàn thành công việc sớm hơn thời gian quy định 1 ngày. Nếu mỗi ngày họ chỉ đắp được 35m đường thì sẽ hoàn thành công việc trễ hơn 2 ngày so với thời gian quy định. Tính chiều dài đoạn đường mà đơn vị dân quân phải đắp.

Giải

34. Gọi tử của phân số ban đầu là x, điều kiện: x là số nguyên

Mẫu của phân số đó sẽ là: x + 5 (đơn vị)

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$\frac{x+3}{(x+5)+3} = \frac{2}{3}$$

$\Leftrightarrow \quad 3(x + 3) = 2(x + 8)$

$\Leftrightarrow \quad 3x + 9 = 2x + 16$

$\Leftrightarrow \quad 3x - 2x = 16 - 9$

$\Leftrightarrow \quad x = 7$ (chọn, vì thỏa điều kiện của ẩn)

Vậy phân số ban đầu là $\frac{7}{12}$.

35. Gọi số học sinh của lớp 8C là x (học sinh). Điều kiện: x nguyên dương

Số học sinh đạt điểm 10 môn Toán ở học kỳ I là $\frac{3}{4}$x (học sinh)

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$\frac{3}{4}x + 6 = \frac{90}{100}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 6 = \frac{9}{10}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{10}x - \frac{3}{4}x = 6$$

$$\Leftrightarrow (\frac{18}{20} - \frac{15}{20})x = 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{20}x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = 6 : \frac{3}{20}$$

$\Leftrightarrow$ x = 40 (chọn, vì thỏa điều kiện của ẩn)

Vậy lớp 8C có 40 học sinh.

36. Gọi số môn đệ học trong trường đại học của Py–ta–go là x (người)

Điều kiện: x nguyên dương

Khi đó:

– Số môn đệ đang học toán là $\frac{1}{2}x$ (môn đệ)

– Số môn đệ đang học nhạc là $\frac{1}{4}x$ (môn đệ)

– Số môn đệ đang ngồi suy nghĩ là $\frac{1}{7}x$ (môn đệ)

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{7}x = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{28x - 14x - 7x - 4x}{28} = 3$$

$\Leftrightarrow \qquad 3x = 3.28$

$\Leftrightarrow \qquad x = 28$ (chọn, vì thỏa điều kiện của ẩn)

Vậy trường đại học của Py–ta–go có 28 môn đệ.

37. Gọi thời gian ôtô thứ nhất đi cả quãng đường AB là x(h). Điều kiện: $x > 5$

Trong 1 giờ:

– Ôtô thứ nhất đi được $\frac{1}{x}$ (quãng đường AB)

– Ôtô thứ hai đi được $\frac{2}{3x}$ (quãng đường AB)

– Cả hai ôtô đi được $\frac{1}{5}$ (quãng đường AB)

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{5}$$

$\Leftrightarrow 15 + 10 = 3x$

$\Leftrightarrow \qquad 25 = 3x$

$\Leftrightarrow \qquad x = \frac{25}{3}$ (chọn, vì thỏa điều kiện của ẩn)

Vậy: Ôtô thứ nhất đi cả quãng đường AB trong $\frac{25}{3}$(h) hay 8 giờ 20 phút.

Ôtô thứ hai đi cả quãng đường AB trong $1:\frac{2}{3.\frac{25}{3}}$(h) hay trong 12 giờ 30 phút.

38. Gọi thời gian vòi II một mình chảy đầy bể là x (h).

Điều kiện: $x > 4\frac{4}{5}$ hay $x > \frac{24}{5}$

Trong một giờ:

– Vòi II chảy được: $\frac{1}{x}$(bể)

– Vòi I chảy được: $1\frac{1}{2}.\frac{1}{x}$(bể) hay $\frac{3}{2x}$(bể)

– Cả hai vòi cùng chảy được: $\frac{5}{24}$(bể)

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{5}{24}$$

$\Leftrightarrow$ $24 + 36 = 5x$

$\Leftrightarrow$ $5x = 60$

$\Leftrightarrow$ $x = 12$ (chọn, vì thỏa điều kiện của ẩn)

Vậy thời gian vòi II một mình chảy đầy bể là 12 giờ. Thời gian vòi I một mình chảy đầy bể là 1: $\frac{3}{2.12}$(h) hay là 8 giờ.

39. Gọi thời gian quy định mà đơn vị dân quân đắp xong đoạn đường là x (ngày). Điều kiện $x > 1$. Nếu mỗi ngày đắp được 50m và hoàn thành công việc sớm hơn thời gian quy định là một ngày thì đoạn đường đắp được là: $50(x - 1)$ (m). Nếu mỗi ngày đắp được 35m và hoàn thành công việc trễ hơn thời gian quy định là 2 ngày thì đoạn đường đắp được là: $35(x + 2)$ (m).

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$50(x - 1) = 35(x + 2)$

$\Leftrightarrow$ $50x - 50 = 35x + 70$

$\Leftrightarrow$ $50x - 35x = 70 + 50$

$\Leftrightarrow$ $15x = 120$

$\Leftrightarrow$ $x = 8$ (chọn, vì thỏa điều kiện của ẩn)

Vậy đoạn đường mà đơn vị dân quân cần đắp là $50(8 - 1)$ (m) hay 350m.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Trong ba cái bình có đựng nước. Nếu ta rót $\frac{1}{3}$ lượng nước từ bình thứ nhất sang bình thứ hai, rồi rót $\frac{1}{4}$ lượng nước hiện có ở bình thứ hai

sang bình thứ ba và cuối cùng rót $\frac{1}{10}$ lượng nước ở bình thứ ba sang bình thứ nhất thì mỗi bình có 9 lít nước. Hỏi lúc đầu mỗi bình chứa bao nhiêu lít nước?

Hướng dẫn – đáp số

– Gọi lượng nước của bình thứ ba trước khi rót sang bình thứ nhất là x (l). Điều kiện $x > 9$

– Sau khi rót $\frac{1}{10}x$ (l) ở bình thứ ba sang bình thứ nhất thì lượng nước còn lại là $\frac{9}{10}x$(l). Sau khi rót xong mỗi bình còn lại là 9 lít, nên ta có phương trình: $\frac{9}{10}x = 9 \Leftrightarrow x = 10$

– Do đó lượng nước ở bình thứ ba trước khi rót sang bình thứ nhất là 10 lít suy ra lượng nước của bình thứ ba rót sang bình thứ nhất là 1 lít.

Do vậy: Lượng nước lúc đầu của:

- Bình thứ nhất có là: $(9 - 1) : \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 12$ (l)
- Bình thứ hai có là: $9 : \left(1 - \frac{1}{4}\right) - 12 . \frac{1}{3} = 8$ (l)
- Bình thứ ba có là: $9 . 3 - (12 + 8) = 7$ (l)

LUYỆN TẬP

40. Tổng của hai số bằng 100, số này gấp ba lần số kia. Tìm hai số đó.

41. Hiệu của hai số bằng 44, số thứ nhất gấp ba lần số thứ hai. Tìm hai số đó.

42. Một hình chữ nhật có chu vi bằng 180m và diện tích 2000m^2. Tính độ dài mỗi cạnh.

43. Một hình chữ nhật có chu vi bằng 220m. Nếu tăng chiều dài 10m và tăng chiều rộng 20m (ta vẫn được hình chữ nhật) thì diện tích tăng thêm 2000m^2. Tính độ dài mỗi cạnh của hình chữ nhật ban đầu.

44. Tìm số tự nhiên có hai chữ số. Biết rằng tổng của hai chữ số ấy là 10 và nếu đổi chỗ hai chữ số ấy thì được số mới lớn hơn số cũ là 36.

45. Tìm hai số nguyên liên tiếp. Biết rằng 20 lần số nhỏ cộng với 11 lần số lớn thì bằng âm 2004.

46. Một xuồng máy xuôi dòng từ A đến B mất 4 giờ và ngược dòng từ B trở về A mất 5 giờ. Tính quãng đường AB, biết vận tốc của dòng nước là 2km/h.

47. Đường sông từ A đến B ngắn hơn đường bộ là 40km. Để đi từ A đến B: canô đi hết 4 giờ, còn ôtô chỉ đi hết 2 giờ. Biết rằng vận tốc của ôtô lớn hơn vận tốc của canô là 35km/h. Tính vận tốc của canô.

48. Bà Tư bán hai mặt hàng với tổng số tiền là 320 nghìn đồng, trong đó đã tính 20 nghìn là thuế giá trị gia tăng (viết tắt thuế VAT). Biết rằng thuế VAT đối với mặt hàng thứ nhất là 12% và đối với mặt hàng thứ hai là 4%. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì giá của mỗi mặt hàng bà Tư bán là bao nhiêu tiền?

49. Năm nay, Anh gấp 3 lần tuổi Em. Anh tính rằng 6 năm nữa thì số tuổi Anh chỉ còn gấp hai lần số tuổi Em thôi. Hỏi năm nay Em bao nhiêu tuổi?

Giải

40. Gọi một số là x. Điều kiện $x > 0$ thì số kia là 3x.

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$x + 3x = 100$

$\Leftrightarrow 4x = 100$

$\Leftrightarrow x = 25$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy hai số phải tìm là 25 và 75.

41. Gọi một số là x. Điều kiện x là số thực, thì số kia là 3x.

Hiệu của hai số bằng 44, nên ta có phương trình:

$3x - x = 44$ hoặc $x - 3x = 44$

$\Leftrightarrow$ $2x = 44$ hoặc $-2x = 44$

$\Leftrightarrow$ $x = 22$ hoặc $x = -22$

Vậy hai số phải tìm là 22 và 66 hoặc −22 và −66.

42. Gọi chiều rộng hình chữ nhật là x(m). Điều kiện: $0 < x \leq 45$ thì chiều dài của hình chữ nhật là $\frac{180}{2} - x$(m) hay $90 - x$(m).

Diện tích hình chữ nhật bằng $2000m^2$, nên ta có phương trình:

$x(90 - x) = 2000$

$\Leftrightarrow x^2 - 50x - 40x + 2000 = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 50) - 40(x - 50) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 50)(x - 40) = 0$

$\Leftrightarrow x - 50 = 0$ hoặc $x - 40 = 0$

$\Leftrightarrow x = 50$ (loại, vì không thỏa mãn điều kiện của ẩn)

hoặc $x = 40$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy: Hình chữ nhật ấy có chiều rộng là 40m và chiều dài là 50m.

43. Gọi chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu là x(m), thì chiều dài của hình chữ nhật ấy là $\frac{220}{2} - x$(m) hay $110 - x$(m).

Điều kiện: $0 < x \leq 55$

Hình chữ nhật mới có chiều rộng là: $x + 20$ (m)

và chiều dài là: $110 - x + 10$ (m) hay $120 - x$ (m)

Do diện tích tăng thêm là 2000m^2, nên ta có phương trình:

$(x + 20)(120 - x) - x(110 - x) = 2000$

$\Leftrightarrow 120x - x^2 + 2400 - 20x - 110x + x^2 = 2000$

$\Leftrightarrow 10x = 400$

$\Leftrightarrow x = 40$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy hình chữ nhật ban đầu có chiều dài là 70m và chiều rộng là 40m.

44. Gọi chữ số hàng chục của số tự nhiên cần tìm là x

Điều kiện $0 < x \leq 9$ và x nguyên, thì chữ số hàng đơn vị là $10 - x$

Số cần tìm có dạng: $10x + 10 - x$ hay $9x + 10$

Số mới có dạng: $(10 - x)10 + x$

Đổi chỗ hai chữ số của số cần tìm thì được số mới lớn hơn số cũ là 36, nên ta có phương trình:

$(10 - x)10 + x - (9x + 10) = 36$

$\Leftrightarrow 100 - 10x + x - 9x - 10 = 36$

$\Leftrightarrow 18x = 54$

$\Leftrightarrow x = 3$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy số tự nhiên cần tìm là 37.

45. Gọi số nhỏ là x. Điều kiện x là số nguyên, thì số lớn là x + 1.

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$20x + 11(x + 1) = -2004$

$\Leftrightarrow 20x + 11x + 11 = -2004$

$\Leftrightarrow 31x = -2015$

$\Leftrightarrow x = -65$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy hai số nguyên liên tiếp cần tìm là –65 và –64.

46. Gọi vận tốc riêng của xuồng máy là x(km/h).

Điều kiện x > 2, thì vận tốc xuôi dòng của xuồng là: x + 2 (km/h)

và vận tốc ngược dòng là: x – 2 (km/h)

Xuồng máy xuôi dòng từ A đến B mất 4 giờ và ngược dòng từ B trở về A mất 5 giờ, nên ta có phương trình:

$4(x + 2) = 5(x - 2)$

$\Leftrightarrow 4x + 8 = 5x - 10$

$\Leftrightarrow x = 18$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Suy ra quãng đường AB là: 4(18 + 2) (km) hay 80 (km)

Vậy quãng đường AB dài 80 km.

47. Gọi vận tốc của canô là x(km/h)

Điều kiện: x > 0 thì vận tốc của ôtô là: x + 35 (km/h)

Khi đó đường sông từ A đến B dài: 4x (km)

Đường bộ từ A đến B dài: 2(x + 35) (km)

Đường sông từ A đến B ngắn hơn đường bộ là 40km, nên ta có phương trình:

$2(x + 35) - 4x = 40$

$\Leftrightarrow 2x + 70 - 4x = 40$

$\Leftrightarrow 2x = 30$

$\Leftrightarrow x = 15$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy vận tốc của canô là 15 (km/h).

48. Gọi giá tiền của mặt hàng thứ nhất (không kể thuế VAT) là x (nghìn đồng)

Điều kiện: x > 0, thì giá tiền của mặt hàng thứ hai (không kể thuế VAT) là: (320 – 20) – x = 300 – x (nghìn đồng)

Số tiền thuế VAT đối với mặt hàng thứ nhất là 12% x (nghìn đồng), và đối với mặt hàng thứ hai là 4%(300 – x) (nghìn đồng)

Tiền thuế VAT cả hai mặt hàng là 20 nghìn đồng, nên ta có phương trình:

$$12\%x + 4\%(300 - x) = 20$$

$$\Leftrightarrow \frac{12x}{100} + \frac{1200}{100} - \frac{4x}{100} = 20$$

$$\Leftrightarrow 12x + 1200 - 4x = 2000$$

$$\Leftrightarrow 8x = 800$$

$\Leftrightarrow x = 100$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy khi không kể thuế VAT bà Tư bán mặt hàng thứ nhất với giá là 100 nghìn đồng và mặt hàng thứ hai với giá là 200 nghìn đồng.

49. Gọi số tuổi của Em năm nay là x (tuổi). Điều kiện $x > 0$, thì số tuổi của Anh năm nay là 3x. Do 6 năm nữa số tuổi của Anh còn gấp 2 lần số tuổi của Em, nên ta có phương trình:

$$3x + 6 = 2(x + 6)$$

$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 2x + 12$$

$\Leftrightarrow x = 6$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy năm nay Em 6 tuổi.

ÔN TẬP CHƯƠNG III

50. Chọn câu trả lời đúng và đầy đủ. Phương trình $ax + b = 0$ (x là ẩn số; a và b là hai hằng số) là phương trình bậc nhất một ẩn khi:

A. $a > 0$ B. $a < 0$ C. $a \neq 0$ D. $a = 0$

51. Chọn câu trả lời đúng.

Một phương trình bậc nhất một ẩn có thể:

A. Vô nghiệm.

B. Có vô số nghiệm.

C. Một nghiệm duy nhất.

D. Vô nghiệm, có thể có một nghiệm duy nhất và cũng có thể có vô số nghiệm.

52. Giải các phương tình sau bằng cách đưa về phương trình tích:

a) $(3x + 2)(4x - 3) = (2x - 5)(3x + 2)$

b) $9x^2 - 4 = (3x - 2)(2x + 3)$

c) $7x^3 - 10x^2 + 3x = 0$

53. Giải các phương trình:

a) $\frac{x+5}{2000} + \frac{x+7}{1998} = \frac{x+9}{1996} + \frac{x+11}{1994}$

b) $\frac{x-10}{1995} + \frac{x-20}{1985} = \frac{x-30}{1975} + \frac{x-40}{1965}$

54. Giải các phương trình:

a) $\frac{2x-5}{3} - \frac{3}{4} = \frac{x+3}{6} - \frac{x-2}{2}$

b) $\frac{2x-7}{3} + \frac{3x+4}{5} = \frac{2x-9}{15} - \frac{3x}{5}$

c) $\frac{5x-9}{6} + \frac{2x-3}{9} = \frac{-4x-3}{2} - \frac{-7x+3}{3}$

d) $-\frac{-3x-7}{4} + \frac{3}{5} = \frac{7x}{10} - \frac{-5x+3}{2}$

55. Khi giải phương trình $(x^2 - 1)(x - 3) = 3(x^2 - 1)$

Bạn Du đã giải như sau:

$(x^2 - 1)(x - 3) = 3(x^2 - 1)$

$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(x - 3)\,\frac{1}{x^2 - 1} = 3(x^2 - 1)\,\frac{1}{x^2 - 1}$

$\Leftrightarrow x - 3 = 3$

$\Leftrightarrow x = 6$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: $S = \{6\}$.

Bạn Du đã giải như thế có đúng không? Vì sao? Nếu Du đã giải sai, em hãy giải lại bài toán để được lời giải đúng.

56. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{x-5}{x} - \frac{x-4}{2x+3} = \frac{2x-27}{x(2x+3)} - \frac{-4}{x}$

b) $\frac{x-3}{x+3} - \frac{4}{x-3} = \frac{2(x-15)}{x^2-9}$

c) $\frac{-12x^2}{x^3-1} = \frac{5}{x^2+x+1} - \frac{4}{x-1}$

57. Cho phương trình: $9x^2 + m^2 - 6mx - 4 = 0$ (ẩn x)

a) Giải phương trình với $m = 0$.

b) Giải phương trình với $m = -2$.

c) Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho nhận giá trị:

$x = -3$ làm nghiệm

58. Một ôtô đi nửa quãng đường AB với vận tốc 60km/h và đi nửa quãng đường còn lại với vận tốc 90km/h. Tính vận tốc trung bình của ôtô đi trên cả quãng đường AB.

Giải

50. Chọn câu C.

51. Chọn câu D.

52. a) $(3x + 2)(4x - 3) = (2x - 5)(3x + 2)$

$\Leftrightarrow (3x + 2)(4x - 3) - (2x - 5)(3x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow (3x + 2)[(4x - 3) - (2x - 5)] = 0$

$\Leftrightarrow (3x + 2)(2x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow 3x + 2 = 0$ hoặc $2x + 2 = 0$

* $3x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$

* $2x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{-\frac{2}{3}; -1\right\}$.

b) $9x^2 - 4 = (3x - 2)(2x + 3)$

$\Leftrightarrow (3x - 2)(3x + 2) - (3x - 2)(2x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow (3x - 2)[(3x + 2) - (2x + 3)] = 0$

$\Leftrightarrow (3x - 2)(3x + 2 - 2x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow (3x - 2)(x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow 3x - 2 = 0$ hoặc $x - 1 = 0$

* $3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

* $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{2}{3}; 1\right\}$.

c) $7x^3 - 10x^2 + 3x = 0$

$\Leftrightarrow x(7x^2 - 10x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow x(7x^2 - 7x - 3x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow x[7x(x - 1) - 3(x - 1)] = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 1)(7x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x - 1 = 0$ hoặc $7x - 3 = 0$

* $x = 0$

* $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

* $7x - 3 = 0 \Leftrightarrow 7x = 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{7}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{0; 1; \dfrac{3}{7}\right\}$.

53. a) $\dfrac{x+5}{2000} + \dfrac{x+7}{1998} = \dfrac{x+9}{1996} + \dfrac{x+11}{1994}$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{x+5}{2000} + 1\right) + \left(\dfrac{x+7}{1998} + 1\right) = \left(\dfrac{x+9}{1996} + 1\right) + \left(\dfrac{x+11}{1994} + 1\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+5+2000}{2000} + \dfrac{x+7+1998}{1998} = \dfrac{x+9+1996}{1996} + \dfrac{x+11+1994}{1994}$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+2005}{2000} + \dfrac{x+2005}{1998} - \dfrac{x+2005}{1996} - \dfrac{x+2005}{1994} = 0$

$\Leftrightarrow (x + 2005)\left(\dfrac{1}{2000} + \dfrac{1}{1998} - \dfrac{1}{1996} - \dfrac{1}{1994}\right) = 0$

Ta có: $\dfrac{1}{2000} < \dfrac{1}{1996} \Rightarrow \dfrac{1}{2000} - \dfrac{1}{1996} < 0$

$\dfrac{1}{1998} < \dfrac{1}{1994} \Rightarrow \dfrac{1}{1998} - \dfrac{1}{1994} < 0$

Nên: $\dfrac{1}{2000} + \dfrac{1}{1998} - \dfrac{1}{1996} - \dfrac{1}{1994} \neq 0$

Suy ra $x + 2005 = 0 \Leftrightarrow x = -2005$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-2005\}$.

b) $\dfrac{x-10}{1995}+\dfrac{x-20}{1985}=\dfrac{x-30}{1975}+\dfrac{x-40}{1965}$

$\Leftrightarrow (\dfrac{x-10}{1995}-1)+(\dfrac{x-20}{1985}-1)=(\dfrac{x-30}{1975}-1)+(\dfrac{x-40}{1965}-1)$

$\Leftrightarrow \dfrac{x-10-1995}{1995}+\dfrac{x-20-1985}{1985}=\dfrac{x-30-1975}{1975}+\dfrac{x-40-1965}{1965}$

$\Leftrightarrow \dfrac{x-2005}{1995}+\dfrac{x-2005}{1985}-\dfrac{x-2005}{1975}-\dfrac{x-2005}{1965}=0$

$\Leftrightarrow (x-2005)(\dfrac{1}{1995}+\dfrac{1}{1985}-\dfrac{1}{1975}-\dfrac{1}{1965})=0$

$\Leftrightarrow (x-2005)=0$

$\left(\text{Vì } \dfrac{1}{1995}+\dfrac{1}{1985}-\dfrac{1}{1975}-\dfrac{1}{1965}\neq 0\right)$

$\Leftrightarrow x=2005$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là S = {2005}.

54. a) $\dfrac{2x-5}{3}-\dfrac{3}{4}=\dfrac{x+3}{6}-\dfrac{x-2}{2}$

$\Leftrightarrow 4(2x-5)-3.3=2(x+3)-6(x-2)$

$\Leftrightarrow 8x-20-9=2x+6-6x+12$

$\Leftrightarrow 8x-2x+6x=6+12+20+9$

$\Leftrightarrow 12x=47$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{47}{12}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\dfrac{47}{12}\right\}$.

b) $\dfrac{2x-7}{3}+\dfrac{3x+4}{5}=\dfrac{2x-9}{15}-\dfrac{3x}{5}$

$\Leftrightarrow 5(2x-7)+3(3x+4)=2x-9-3x\,.\,3$

$\Leftrightarrow 10x-35+9x+12=2x-9-9x$

$\Leftrightarrow 10x+9x-2x+9x=-9+35-12$

$\Leftrightarrow 26x=14$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{14}{26}=\dfrac{7}{13}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\dfrac{7}{13}\right\}$.

c) $\frac{5x-9}{6} + \frac{2x-3}{9} = \frac{-4x-3}{2} - \frac{-7x+3}{3}$

$\Leftrightarrow 3(5x-9) + 2(2x-3) = 9(-4x-3) - 6(-7x+3)$

$\Leftrightarrow 15x - 27 + 4x - 6 = -36x - 27 + 42x - 18$

$\Leftrightarrow 15x + 4x + 36x - 42x = -27 - 18 + 27 + 6$

$\Leftrightarrow 13x = -12$

$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{13}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{-\frac{12}{13}\right\}$.

d) $-\frac{-3x-7}{4} + \frac{3}{5} = \frac{7x}{10} - \frac{-5x+3}{2}$

$\Leftrightarrow -5(-3x-7) + 4 \,.\, 3 = 2 \,.\, 7x - 10(-5x+3)$

$\Leftrightarrow 15x + 35 + 12 = 14x + 50x - 30$

$\Leftrightarrow 15x - 14x - 50x = -30 - 35 - 12$

$\Leftrightarrow -49x = -77$

$\Leftrightarrow x = \frac{77}{49}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{77}{49}\right\}$.

55. Bạn Du đã cho lời giải sai.

Vì phương trình: $(x^2-1)(x-3) = 3(x^2-1)$

và phương trình: $(x^2-1)(x-3)\frac{1}{x^2-1} = 3(x^2-1)\frac{1}{x^2-1}$

không tương đương.

Phép biến đổi nhân hai vế của một phương trình với một biểu thức chứa ẩn sẽ ảnh hưởng đến số nghiệm của phương trình đã cho.

Ta có thể giải lại bài toán như sau:

$(x^2-1)(x-3) = 3(x^2-1)$

$\Leftrightarrow (x^2-1)(x-3) - 3(x^2-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x^2-1)(x-3-3) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)(x + 1)(x - 6) = 0$

$\Leftrightarrow x - 1 = 0$ hoặc $x + 1 = 0$ hoặc $x - 6 = 0$

* $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

* $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

* $x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 6$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{1; -1; 6\}$.

56. a) $\dfrac{x - 5}{x} - \dfrac{x - 4}{2x + 3} = \dfrac{2x - 27}{x(2x + 3)} - \dfrac{-4}{x}$ (1)

ĐKXĐ: $x \neq 0$ và $x \neq -\dfrac{3}{2}$.

Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu:

$(x - 5)(2x + 3) - x(x - 4) = 2x - 27 + 4(2x + 3)$ (1a)

Giải phương trình (1a):

(1a) $\Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 10x - 15 - x^2 + 4x - 2x + 27 - 8x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 13x = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 13) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x - 13 = 0$

* $x = 0$ (loại, vì không thỏa mãn ĐKXĐ)

* $x - 13 = 0 \Leftrightarrow x = 13$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là $S = \{13\}$.

b) $\dfrac{x - 3}{x + 3} - \dfrac{4}{x - 3} = \dfrac{2(x - 15)}{x^2 - 9}$ (2)

ĐKXĐ: $x \neq -3$ và $x \neq 3$.

Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu:

$(x - 3)^2 - 4(x + 3) = 2(x - 15)$ (2a)

Giải phương trình (2a):

(2a) $\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 - 4x - 12 - 2x + 30 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 9x + 27 = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 3) - 9(x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3)(x - 9) = 0$

$\Leftrightarrow x - 3 = 0$ hoặc $x - 9 = 0$

* $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (loại, vì không thỏa mãn ĐKXĐ)

* $x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn ĐKXĐ).

Vậy tập nghiệm của phương trình (2) là $S = \{9\}$.

c) $\dfrac{-12x^2}{x^3 - 1} = \dfrac{5}{x^2 + x + 1} - \dfrac{4}{x - 1}$ (3)

ĐKXĐ: $x \neq 1$.

Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu:

$-12x^2 = 5(x - 1) - 4(x^2 + x + 1)$ (3a)

Giải phương trình (3a):

(3a) $\Leftrightarrow -12x^2 = 5x - 5 - 4x^2 - 4x - 4$

$\Leftrightarrow 8x^2 + x - 9 = 0$

$\Leftrightarrow 8x^2 - 8x + 9x - 9 = 0$

$\Leftrightarrow 8x(x - 1) + 9(x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)(8x + 9) = 0$

$\Leftrightarrow x - 1 = 0$ hoặc $(8x + 9) = 0$

* $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (loại, vì không thỏa mãn ĐKXĐ)

* $8x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{9}{8}$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm của phương trình (3) là $S = \left\{-\dfrac{9}{8}\right\}$.

57. a) Thay $m = 0$ vào phương trình $9x^2 + m^2 - 6mx - 4 = 0$, ta được phương trình:

$9x^2 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow (3x + 2)(3x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow 3x + 2 = 0$ hoặc $3x - 2 = 0$

* $3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{2}{3}$

* $3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3}$

Vậy với $m = 0$ thì phương trình đã cho có tập nghiệm là:

$S = \left\{-\dfrac{2}{3}; \dfrac{2}{3}\right\}$

b) Thay $m = -2$ vào phương trình $9x^2 + m^2 - 6mx - 4 = 0$, ta được phương trình:

$$9x^2 + (-2)^2 - 6(-2)x - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow 9x^2 + 4 + 12x - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow 9x^2 + 12x = 0$$
$$\Leftrightarrow 3x(3x + 4) = 0$$
$$\Leftrightarrow 3x = 0 \text{ hoặc } 3x + 4 = 0$$

* $3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$
* $3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$

Vậy với $m = -2$ thì phương trình đã cho có tập nghiệm là:

$$S = \left\{0; -\frac{4}{3}\right\}$$

c) Phương trình $9x^2 + m^2 - 6mx - 4 = 0$ nhận giá trị $x = -3$ làm nghiệm

$$\Leftrightarrow 9.(-3)^2 + m^2 - 6m(-3) - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow m^2 + 18m + 77 = 0$$
$$\Leftrightarrow m^2 + 11m + 7m + 77 = 0$$
$$\Leftrightarrow m(m + 11) + 7(m + 11) = 0$$
$$\Leftrightarrow (m + 11)(m + 7) = 0$$
$$\Leftrightarrow m + 11 = 0 \text{ hoặc } m + 7 = 0$$

* $m + 11 = 0 \Leftrightarrow m = -11$
* $m + 7 = 0 \Leftrightarrow m = -7$

Vậy phương trình đã cho nhận giá trị $x = -3$ làm nghiệm nếu:

$m = -11$ hoặc $m = -7$

58. Gọi vận tốc trung bình của ôtô trên cả quãng đường AB là x (km/h).

Điều kiện thích hợp là $x > 0$ và gọi nửa quãng đường AB là a (km) ($a > 0$).

Thời gian ôtô đi nửa quãng đường đầu là: $\frac{a}{60}$ (h)

Thời gian ôtô đi nửa quãng đường còn lại là: $\frac{a}{90}$ (h)

Theo giả thiết, ta có phương trình: $\frac{a}{60} + \frac{a}{90} = \frac{2a}{x}$ (*)

Giải phương trình (*):

$$(*) \Leftrightarrow \frac{1}{60} + \frac{1}{90} = \frac{2}{x}$$

$$\Leftrightarrow \quad 3x + 2x = 360$$

$$\Leftrightarrow \quad 5x = 360$$

$\Leftrightarrow \quad x = 72$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy vận tốc trung bình của ôtô trên cả quãng đường AB là 72 km/h.

Chương IV: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

§1. LIÊN HỆ GIỮA THỨ TỰ VÀ PHÉP CỘNG

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nhắc lại về thứ tự trên tập hợp số:

- Trên tập hợp số thực, khi so sánh hai số a và b, xảy ra một trong ba trường hợp sau:

  Số a bằng số b, kí hiệu $a = b$

  Số a nhỏ hơn b, kí hiệu $a < b$

  Số a lớn hơn b, kí hiệu $a > b$

- Khi biểu diễn số thực trên trục số (vẽ theo phương nằm ngang), điểm biểu diễn số nhỏ hơn ở bên trái điểm biểu diễn số lớn hơn.

- Số a không nhỏ hơn số b, nói gọn là a lớn hơn hoặc bằng b, kí hiệu $a \geq b$.

- Số a không lớn hơn số b, nói gọn là a nhỏ hơn hoặc bằng b, kí hiệu $a \leq b$.

2. Bất đẳng thức:

Ta gọi hệ thức $a < b$ (hay $a > b$, $a \geq b$, $a \leq b$) là bất đẳng thức và gọi a là vế trái, b là vế phải của bất đẳng thức.

3. Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng:

Tính chất: khi cộng cùng một số vào cả hai vế của một bất đẳng thức ta được bất đẳng thức cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

1. Ở mỗi khẳng định sau, đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống.

a) $(-5) + 7 \geq 3$ ☐ c) $6 + (-81) < 7 + (-81)$ ☐

b) $-10 \leq -5 \cdot 2$ ☐ d) $-x^2 + 2 \leq 2$ ☐

2. Chọn câu trả lời đúng và đầy đủ. Cho $a \leq b$ thì:

A. $a + 2004 \leq b + 2004$ C. $a + 0 \leq b + 0$

B. $a + (-2005) \leq b + (-2005)$ D. Cả A, B, C đều đúng

3. Cho $x > y$, hãy so sánh:

a) $x + 2005$ và $y + 2005$

b) $x - 2004$ và $y - 2004$

c) $x + y$ và $2y$

4. Hãy so sánh m và n nếu:

a) $m + 1001 \geq n + 1001$ b) $m - 2001 \leq n - 2001$

Giải

1. a) $(-5) + 7 \geq 3$ [S] c) $6 + (-81) < 7 + (-81)$ [Đ]

b) $-10 \leq -5 \,.\, 2$ [Đ] d) $-x^2 + 2 \leq 2$ [Đ]

2. Chọn câu D.

3. a) Vì $x > y$ nên $x + 2005 > y + 2005$ (liên hệ giữa thứ tự và phép cộng)

b) Vì $x > y$ nên $x + (-2004) > y + (-2004)$ (liên hệ giữa thứ tự và phép cộng) hay $x - 2004 > y - 2004$

c) Vì $x > y$ nên $x + y > y + y$ hay $x + y > 2y$

4. a) Vì $m + 1001 \geq n + 1001$ nên $m + 1001 + (-1001) \geq n + 1001 + (-1001)$ hay $m \geq n$.

b) Vì $m - 2001 \leq n - 2001$ nên $m - 2001 + 2001 \leq n - 2001 + 2001$ hay $m \leq n$

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Cho a, b là hai số cùng dấu. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$.

Hướng dẫn – đáp số

Ta có: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab} = \frac{(a-b)^2}{ab} \geq 0$

(Vì a, b là hai số cùng dấu)

§2. LIÊN HỆ GIỮA THỨ TỰ VÀ PHÉP NHÂN

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số dương:

Tính chất: Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số dương ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

2. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số âm:

Tính chất: Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số âm ta được bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho.

3. Tính chất bắc cầu của thứ tự:

Với ba số a, b, c: nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

5. Ở mỗi khẳng định sau, đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống.

a) $9(-10) < 9(-9)$ ☐

b) $(-20)(-11) > (-22)(-12)$ ☐

c) $(-2004)(-2005) \geq (-2005)2004$ ☐

d) $-5x^2 - 1 \leq -1$ ☐

6. Cho $x \leq y$, hãy so sánh:

a) $2005x$ và $2005y$

b) $12x - 6$ và $12y - 6$

c) $-20x$ và $-20y$

d) $-15x + 4$ và $-15y + 4$

7. Cho ba số a, b, c khác 0. Chứng minh rằng: ab^{2005}; bc^{2005} và ca^{2005} không đồng thời có giá trị âm.

8. Cho $m > n$. Chứng minh rằng:

a) $m + 2005 > n + 2004$

b) $5m - 9 > 5n - 9$

c) $6m + 2 > 6n - 1$

Giải

5. a) $9(-10) < 9(-9)$ Đ

b) $(-20)(-11) > (-22)(-12)$ S

c) $(-2004)(-2005) \geq (-2005)2004$ Đ

d) $-5x^2 - 1 \leq -1$ Đ

6. a) Vì $x \leq y$ nên $2005x \leq 2005y$ (liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số dương).

b) Vì $x \leq y$ nên $12x \leq 12y$ (liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số lượng)

Hay $12x + (-6) \leq 12y + (-6)$ (liên hệ giữa thứ tự và phép cộng)

Hay $12x - 6 \leq 12y - 6$

c) Vì $x \le y$ nên: $-20x \ge -20y$ (liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số âm).

d) Vì $x \le y$ nên $-15x \ge -15y$. Suy ra $-15x + 4 \ge -15y + 4$.

7. Ta có: $(ab^{2005})(bc^{2005})(ca^{2005}) = (aa^{2005})(b^{2005}b)(c^{2005}c)$

$$= a^{2006}b^{2006}c^{2006}$$

$$= (abc)^{2006} > 0 \text{ (vì } abc \ne 0)$$

Suy ra ab^{2005}; bc^{2005} và ca^{2005} không thể đồng thời có giá trị âm.

8. a) Do: $m > n$

Nên: $m + 2005 > n + 2005$ (1)

Mặt khác: vì $2005 > 2004$ nên $n + 2005 > n + 2004$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $m + 2005 > n + 2004$ (tính chất bắc cầu)

Vậy với $m > n$ thì $m + 2005 > n + 2004$.

b) Do $m > n$ nên $5m > 5n$.

Suy ra $5m - 9 > 5n - 9$

Vậy với $m > n$ thì $5m - 9 > 5n - 9$

c) Do $m > n$, nên: $6m > 6n$.

Suy ra $6m + 2 > 6n + 2$ (1)

Mặt khác: vì $2 > -1$ nên $6n + 2 > 6n - 1$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $6m + 2 > 6n - 1$

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Chứng minh: các bất đẳng thức: $2(x^2 + y^2) \ge (x + y)^2 \ge 4xy$.

Hướng dẫn – đáp số

Xét hiệu: $2(x^2 + y^2) - (x + y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

$$= (x - y)^2 \ge 0 \Rightarrow 2(x^2 + y^2) \ge (x + y)^2$$

Xét hiệu: $(x + y)^2 - 4xy = x^2 + 2xy + y^2 - 4xy$

$$= (x - y)^2 \ge 0 \Rightarrow (x + y)^2 \ge 4xy$$

LUYỆN TẬP

9. Chọn câu trả lời đúng.

Cho tứ giác lồi ABCD. Ta có:

A. $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} > 360^0$

B. $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} \geq 360^0$

C. $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} < 360^0$

D. $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} \leq 360^0$

10. Chọn câu trả lời sai.

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác ABC. Ta có:

A. $a + b \leq c$

B. $|b - c| < a < b + c$

C. $(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b) > 0$

D. $(a + b - c)(-a + b - c) < 0$

11. Chứng minh:

a) $20(-11) + 1982 < 20(-10) + 1982$

b) $(-30)4 + 75 < (-30)(-4) + 75$

12. Cho $a < b$. Chứng minh:

a) $5a + 7 < 5b + 7$

b) $-9a - 14 > -9b - 14$

13. So sánh m và n nếu:

a) $m + 9 \geq n + 9$

b) $-8m \leq -8n$

c) $3m - 2 > 3n - 2$

d) $-2m - 9 < -2n - 9$

14. Cho $p > q$, hãy so sánh:

a) $-1000p$ và $-1000q$

b) $500p - 2$ và $500q - 2$

c) $45p + 54$ và $45q + 53$

15. So sánh số x và số 0 nếu:

a) $5x < 9x$

b) $3x < 2x$

c) $-2x > -9x$

Giải

9. Chọn câu D, với chú ý là dấu đẳng thức không xảy ra.

10. Chọn câu A.

11. a) Ta có: $-11 < -10$

Nên: $20(-11) < 20(-10)$

Suy ra: $20(-11) + 1982 < 20(-10) + 1982$

b) Ta có: $4 > -4$

Nên: $(-30)4 < (-30)(-4)$

Suy ra: $(-30)4 + 75 < (-30)(-4) + 75$

12. a) Vì: $a < b$

Nên: $5a < 5b$

Suy ra: $5a + 7 < 5b + 7$

b) Vì: $a < b$

Nên: $-9a > -9b$

Suy ra: $-9a - 14 > -9b - 14$

13. a) Ta có: $m + 9 \geq n + 9$

Nên: $m + 9 + (-9) \geq n + 9 + (-9)$

Suy ra: $m \geq n$

b) Ta có: $-8m \leq -8n$

Nên: $-8m\left(-\frac{1}{8}\right) \geq -8n\left(-\frac{1}{8}\right)$

Suy ra: $m \geq n$

c) Ta có: $3m - 2 > 3n - 2$

Nên: $3m - 2 + 2 > 3n - 2 + 2$

Suy ra: $3m > 3n$

Mà: $3m.\frac{1}{3} > 3n.\frac{1}{3}$

Vậy: $m > n$

d) Ta có: $-2m - 9 < -2n - 9$

Nên: $-2m - 9 + 9 < -2n - 9 + 9$

Suy ra: $-2m < -2n$

Mà: $-2m\left(-\frac{1}{2}\right) > -2n\left(-\frac{1}{2}\right)$

Vậy: $m > n$

14. a) Vì: $p > q$

Nên: $-1000p < -1000q$

b) Vì: $p > q$

Nên: $500p > 500q$

Suy ra: $500p - 2 > 500q - 2$

c) Vì: $p > q$

Nên: $45p > 45q$

Suy ra: $45p + 54 > 45q + 54$

Mặt khác: $54 > 53$

Nên: $45q + 54 > 45q + 53$

Do đó: $45p + 54 > 45q + 53$

15. a) Ta có: $5 < 9$

Mà: $5x < 9x$ (gt)

Nên: $x > 0$

Vậy giá trị x lớn hơn 0.

b) Ta có: $3 > 2$

Mà: $3x < 2x$ (gt)

Nên: $x < 0$

Vậy giá trị x nhỏ hơn 0.

c) Ta có: $-2 > -9$

Mà: $-2x > -9x$ (gt)

Nên: $x > 0$

Vậy giá trị x lớn hơn 0.

§3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Mở đầu:

– Ta gọi hệ thức dạng: $20x + 11 \geq 82$ (1) là một bất phương trình với ẩn x; trong đó: $20x + 11$ là vế trái và 82 là vế phải của bất phương trình.

– Khi thay giá trị x = 4 vào (1), ta được: $20 . 4 + 11 \geq 82$ là bất đẳng thức đúng. Ta nói số 4 (hay giá trị x = 4) là một nghiệm của bất phương trình.

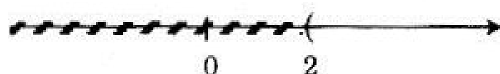
– Khi thay giá trị x = 3 vào (1), ta được: $20 . 3 + 11 \geq 82$ là bất đẳng thức sai. Ta nói số 3 (hay giá trị x = 3) không phải là nghiệm của bất phương trình.

2. Tập nghiệm của bất phương trình:

- Tập hợp tất cả các nghiệm của một bất phương trình được gọi là tập nghiệm của bất phương trình.
- Giải bất phương trình là tìm tập nghiệm của bất phương trình đó.

Ví dụ 1: Tập nghiệm của bất phương trình $x > 2$ là tập hợp $\{x / x > 2\}$

Tập hợp này được biểu diễn trên trục số như sau:



Ví dụ 2: Bất phương trình $x \leq 5$ có tập nghiệm là $\{x / x \leq 5\}$

Tập hợp này được biểu diễn trên trục số như sau:



3. Bất phương trình tương đương:

Hai bất phương trình có cùng tập nghiệm là hai bất phương trình tương đương và dùng kí hiệu "⇔" để chỉ sự tương đương đó.

Ví dụ 3: $4 < x \Leftrightarrow x > 4$

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

16. Ở mỗi khẳng định sau, đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

a) Giá trị x = 2 là nghiệm của bất phương trình: $2x + 5 > 8$ ☐

b) Giá trị x = –3 không phải là nghiệm của bất phương trình:

$-3x + 1 > 9 + x$. ☐

c) Giá trị x = 4 là nghiệm của bất phương trình: $-5x + 15 \leq -5$ ☐

d) Giá trị x = –4 là nghiệm của bất phương trình: $4x - 5 \geq 5x$ ☐

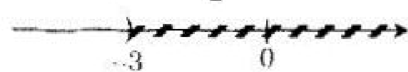
17. Viết tập nghiệm của mỗi bất phương trình bằng kí hiệu tập hợp, rồi biểu diễn chúng trên trục số.

a) $x < 0$ b) $x > -1$

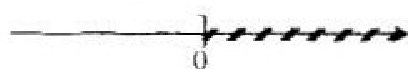
18. Hãy nối mỗi hình vẽ và tập nghiệm tương ứng của bất phương trình nào đó để được sự biểu thị đúng.



$S = \{x / x \leq 0\}$



$S = \{x / x \geq 2\}$



$S = \{x / 0 \leq x < 2\}$



$S = \{x / x > -1\}$



$S = \{x / x < -3\}$

19. Hãy đưa ra ba nghiệm của bất phương trình:

a) $-3x + 7 > 11$. b) $2x + 95 \leq 100$.

20. Chọn câu trả lời đúng.

Cho hình vẽ:



Hình vẽ này biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình:

A. $x > -1$ B. $x \geq -1$ C. $x < -1$ D. $x \leq -1$

Giải

16. a) Giá trị $x = 2$ là nghiệm của bất phương trình: $2x + 5 > 8$ [Đ]

b) Giá trị $x = -3$ không phải là nghiệm của bất phương trình:

$-3x + 1 > 9 + x$ [S]

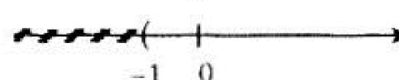
c) Giá trị $x = 4$ là nghiệm của bất phương trình: $-5x + 15 \leq -5$ [Đ]

d) Giá trị $x = -4$ là nghiệm của bất phương trình: $4x - 5 \geq 5x$ [S]

17. a) $S = \{x / x < 0\}$



b) $S = \{x / x > -1\}$



18.

0 2 — $S = \{x / x \le 0\}$

-3 0 — $S = \{x / x \ge 2\}$

0 — $S = \{x / 0 \le x < 2\}$

-1 0 — $S = \{x / x > -1\}$

0 2 — $S = \{x / x < -3\}$

19. a) Khi thay lần lượt các giá trị -2; -3; -4 vào bất phương trình: $-3x + 7 > 11$, ta đều nhận được các khẳng định đúng. Vậy ba số: -2; -3; -4 là ba nghiệm của bất phương trình: $-3x + 7 > 11$.

b) Khi thay lần lượt các giá trị 0; 1; 2 vào bất phương trình: $2x + 95 \le 100$, ta đều nhận được các khẳng định đúng. Vậy ba số: 0; 1; 2 là ba nghiệm của bất phương trình: $2x + 95 \le 100$.

20. Chọn câu B.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Tìm tất cả giá trị nguyên n để biểu thức:

$n^2 + 2000n + 999999$ có giá trị âm.

Hướng dẫn – đáp số

Ta có: $n^2 + 2000n + 999999 = n^2 + 2n \,.\, 1000 + 1000^2 - 1$

$= (n + 1000)^2 - 1$

Để $n^2 + 2000n + 999999$ có giá trị âm thì:

$(n + 1000)^2 - 1 < 0$ hay $(n + 1000)^2 < 1$

Mặt khác: $(n + 1000)^2 \ge 0$, với mọi giá trị n $\Rightarrow 0 \le (n + 1000)^2 < 1$

Do n có giá trị nguyên nên:

$(n + 1000)^2$ có giá trị nguyên

$\Rightarrow (n + 1000)^2 = 0$

$\Rightarrow n + 1000 = 0$

$\Rightarrow n = -1000$

Vậy: với $n = -1000$ thì $n^2 + 2000n + 999999$ có giá trị âm.

§4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa:

Bất phương trình dạng $ax + b < 0$ (hoặc $ax + b > 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b \geq 0$) trong đó a và b là hai số đã cho, $a \neq 0$, được gọi là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Hai quy tắc biến đổi bất phương trình:

a) Quy tắc chuyển vế:

Khi chuyển một hạng tử của bất phương trình từ vế này sang vế kia ta phải đổi dấu hạng tử đó.

b) Quy tắc nhân với một số:

Khi nhân hai vế của bất phương trình với cùng một số khác 0, ta phải:

– Giữ nguyên chiều bất phương trình nếu số đó dương.

– Đổi chiều bất phương trình nếu số đó âm.

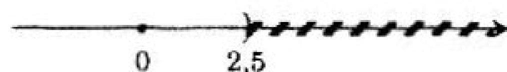
3. Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Ví dụ 1: Giải bất phương trình: $2x - 5 < 0$ và biểu diễn tập nghiệm trên trục số.

Giải

Ta có: $2x - 5 < 0 \Leftrightarrow 2x < 5 \Leftrightarrow 2x : 2 < 5 : 2 \Leftrightarrow x < 2,5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\{x / x < 2,5\}$ và được biểu diễn trên trục số như sau:



Ví dụ 2: Giải bất phương trình: $-3x + 15 < 0$

Giải

Ta có: $-3x + 15 < 0 \Leftrightarrow -3x < -15 \Leftrightarrow -3x : (-3) > -15 : (-3) \Leftrightarrow x > 5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $x > 5$.

4. Giải bất phương trình đưa được về dạng:

$ax + b < 0$; $ax + b > 0$; $ax + b \leq 0$; $ax + b \geq 0$

Ví dụ 3: Giải bất phương trình: $2x - 5 < -5x + 9$

Giải

Ta có: $2x - 5 < -5x + 9 \Leftrightarrow 2x + 5x < 9 + 5$

$\Leftrightarrow 7x < 14 \Leftrightarrow 7x : 7 < 14 : 7 \Leftrightarrow x < 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $x < 2$.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

21. Áp dụng quy tắc chuyển vế, giải các bất phương trình sau:

a) $x - 20 < 11$

b) $3x + 5 > 4x - 9$

c) $-19x - 5 \le 8 - 18x$

d) $3x - 2 \ge 7 + 4x$

22. Chọn câu trả lời đúng:

A. $5x - 9 < 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

B. $0.x + 5 > 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

C. $x^2 + 1 > 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

D. $\frac{3}{x} + 4 < 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

23. Chọn câu trả lời sai:

A. $3x + 4 < 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

B. $-2x + 4 > 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

C. $0x + 5 > 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

D. $9x + 11 \le 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

24. Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

a) Bất phương trình: $x - 2 \le 0$ có tập nghiệm là: $S = \{x / x \le 2\}$ ☐

b) Bất phương trình: $|x| + 2 < 0$ có tập nghiệm là: $S = \{x / x < -2\}$ ☐

c) Bất phương trình: $4x + 3 \ge 7$ có tập nghiệm là: $S = \{x / x \ge 1\}$ ☐

d) Bất phương trình: $-2x \le 2$ có tập nghiệm là: $S = \{x / x \le -1\}$ ☐

25. Áp dụng quy tắc nhân, giải các bất phương trình sau:

a) $5x < 10$ b) $-7x > 14$ c) $-6x \le -24$ d) $8x \ge -32$

26. Áp dụng quy tắc nhân, giải các bất phương trình sau:

a) $\frac{1}{3}x < 6$

b) $-\frac{1}{5}x > \frac{3}{10}$

c) $\frac{2}{7}x \le \frac{4}{21}$

d) $-\frac{4}{25}x \ge -\frac{8}{75}$

27. Giải thích sự tương đương sau:

a) $x - 5 < 9 \Leftrightarrow x + 5 < 19$ b) $-3x \geq 7 \Leftrightarrow 6x \leq -14$

28. Các bất phương trình sau có tương đương không? Vì sao?

a) $x - 2 > 0$ và $-2x < -4$

b) $-2x - 3 < 5 - 3x$ và $|x| < 8$

c) $4x + 6 - x \geq 5 + 4x$ và $6 - x \geq 5$

d) $-x^2 - 1 < 0$ và $|x| + 1 > 0$

29. Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

a) $2x - 7 > 9$ c) $-3 - 7x \leq -10$

b) $5x - 4 < 6$ d) $3 - 15x \geq 33$

30. Hãy lập bất phương trình cho bài toán sau:

Quãng đường AB dài 100km. Lúc 6 giờ một mô tô khởi hành đi từ A đến B, trong giờ thứ nhất mô tô đi với vận tốc 30km/h. Hỏi trong quãng đường còn lại mô tô phải đi với vận tốc trung bình là bao nhiêu km/h để đến B trước 8 giờ 30 phút?

Giải

21. a) $x - 20 < 11 \Leftrightarrow x < 11 + 20 \Leftrightarrow x < 31$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x < 31\}$.

b) $3x + 5 > 4x - 9 \Leftrightarrow 9 + 5 > 4x - 3x \Leftrightarrow 14 > x$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x < 14\}$.

c) $-19x - 5 \leq 8 - 18x \Leftrightarrow -8 -5 \leq 19x -18x \Leftrightarrow -13 \leq x$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x \geq -13\}$

d) $3x - 2 \geq 7 + 4x \Leftrightarrow -7 -2 \geq 4x - 3x \Leftrightarrow -9 \geq x$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x \leq -9\}$.

22. Chọn câu A.

23. Chọn câu C.

24. a) Bất phương trình: $x - 2 \leq 0$ có tập nghiệm là: $S = \{x / x \leq 2\}$ [Đ]

b) Bất phương trình: $|x| + 2 < 0$ có tập nghiệm là: $S = \{x / x < -2\}$ [S]

c) Bất phương trình: $4x + 3 \geq 7$ có tập nghiệm là: $S = \{x / x \geq 1\}$ [Đ]

d) Bất phương trình: $-2x \leq 2$ có tập nghiệm là: $S = \{x / x \leq -1\}$ [S]

25. a) $5x < 10 \Leftrightarrow \frac{1}{5} . 5x < \frac{1}{5} . 10 \Leftrightarrow x < 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x < 2\}$.

b) $-7x > 14 \Leftrightarrow -\frac{1}{7}(-7)x < -\frac{1}{7} . 14 \Leftrightarrow x < -2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x < -2\}$.

c) $-6x \le -24 \Leftrightarrow -\frac{1}{6}(-6)x \ge -\frac{1}{6}(-24) \Leftrightarrow x \ge 4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x \ge 4\}$.

d) $8x \ge -32 \Leftrightarrow \frac{1}{8} . 8x \ge -32 . \frac{1}{8} \Leftrightarrow x \ge -4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x \ge -4\}$.

26. a) $\frac{1}{3}x < 6 \Leftrightarrow 3 . \frac{1}{3}x < 3 . 6 \Leftrightarrow x < 18$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x < 18\}$.

b) $-\frac{1}{5}x > \frac{3}{10} \Leftrightarrow (-5)(-\frac{1}{5})x < -5 . \frac{3}{10} \Leftrightarrow x < -\frac{3}{2}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{x / x < -\frac{2}{3}\right\}$

c) $\frac{2}{7}x \le \frac{4}{21} \Leftrightarrow \frac{7}{2} . \frac{2}{7}x \le \frac{7}{2} . \frac{4}{21} \Leftrightarrow x \le \frac{2}{3}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{x / x \le \frac{2}{3}\right\}$.

d) $-\frac{4}{25}x \ge -\frac{8}{75} \Leftrightarrow -\frac{25}{4}\left(-\frac{4}{25}\right)x \le -\frac{25}{4}\left(-\frac{8}{75}\right) \Leftrightarrow x \le \frac{2}{3}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{x / x \le \frac{2}{3}\right\}$.

27. a) Cộng cả hai vế của bất phương trình: $x - 5 < 9$ với số 10, rồi thu gọn. Ta được: $x + 5 < 19$.

b) Nhân cả hai vế của bất phương trình $-3x \ge 7$ với số -2 và đổi chiều bất phương trình, ta được: $6x \le -14$.

28. a) • $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x > 2\}$.

• $-2x < -4 \Leftrightarrow -2x\left(-\frac{1}{2}\right) > (-4)\left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x > 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x > 2\}$.

Suy ra: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow -2x < 4$. Vì hai bất phương trình này có cùng tập nghiệm là $S = \{x / x > 2\}$.

b) $-2x - 3 < 5 - 3x \Leftrightarrow -2x + 3x < 5 + 3 \Leftrightarrow x < 8$

Giá trị $x = -9$ là một nghiệm của bất phương trình: $-2x - 3 < 5 - 3x$, nhưng giá trị $x = -9$ không phải là nghiệm của bất phương trình: $|x| < 8$ (vì $|-9| = 9 > 8$). Do đó bất phương trình $-2x - 3 < 5 - 3x$ không tương đương với bất phương trình: $|x| < 8$.

c) $4x + 6 - x \geq 5 + 4x \Leftrightarrow 6 - x \geq 5 + 4x - 4x \Leftrightarrow 6 - x \geq 5$

Vậy: $4x + 6 - x \geq 5 + 4x \Leftrightarrow 6 - x \geq 5$

d) • $-x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -x^2 < 1 \Leftrightarrow x^2 > -1 \Leftrightarrow x \in R$

• $|x| + 1 > 0 \Leftrightarrow |x| > -1 \Leftrightarrow x \in R$.

Vậy: $-x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow |x| + 1 > 0$ (vì chúng có cùng tập nghiệm $S = R$)

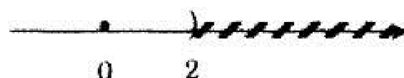
29. a) $2x - 7 > 9 \Leftrightarrow 2x > 9 + 7 \Leftrightarrow 2x > 16 \Leftrightarrow x > 8$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x > 8\}$.



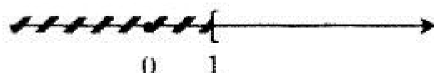
b) $5x - 4 < 6 \Leftrightarrow 5x < 6 + 4 \Leftrightarrow 5x < 10 \Leftrightarrow x < 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x < 2\}$.



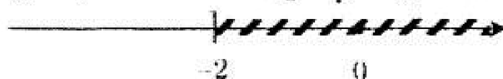
c) $-3 - 7x \leq -10 \Leftrightarrow -3 + 10 \leq 7x \Leftrightarrow 7 \leq 7x \Leftrightarrow x \geq 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x \geq 1\}$.



d) $3 - 15x \geq 33 \Leftrightarrow -15x \geq 33 - 3 \Leftrightarrow -15x \geq 30 \Leftrightarrow x \leq -2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x \leq -2\}$.



30. Từ 6 giờ đến 8 giờ 30 phút đã trải qua:

8 giờ 30 phút – 6 giờ = 2 giờ 30 phút (hay 2,5 giờ)

Gọi vận tốc trung bình của mô tô đi trên quãng đường còn lại là: x (km/h). Điều kiện thích hợp x > 30.

Thời gian mô tô đi hết quãng đường còn lại là:

$\frac{100-30}{x}$ (h) hay $\frac{70}{x}$ (h)

Vì mô tô phải đến B trước 8 giờ 30 phút, nên ta có bất phương trình:

$$1 + \frac{70}{x} < 2,5$$

B/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Giải bất phương trình: $\frac{x+5}{2000} + \frac{x+7}{1998} \geq \frac{x+9}{1996} + \frac{x+11}{1994}$.

Hướng dẫn – đáp số

$$\frac{x+5}{2000} + \frac{x+7}{1998} \geq \frac{x+9}{1996} + \frac{x+11}{1994}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x+5}{2000}+1\right) + \left(\frac{x+7}{1998}+1\right) \geq \left(\frac{x+9}{1996}+1\right) + \left(\frac{x+11}{1994}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2005}{2000} + \frac{x+2005}{1998} \geq \frac{x+2005}{1996} + \frac{x+2005}{1994}$$

$$\Leftrightarrow (x+2005)\left(\frac{1}{2000} + \frac{1}{1998} - \frac{1}{1996} - \frac{1}{1994}\right) \geq 0$$

Vì: $\frac{1}{2000} + \frac{1}{1998} - \frac{1}{1996} - \frac{1}{1994} < 0$

Nên: $x + 2005 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -2005$

LUYỆN TẬP

31. Kiểm tra xem giá trị x = –3 có là nghiệm của các bất phương trình sau không?

a) $3x - 4x^2 + 5x^3 - 6x^4 + 7x^5 + 8 < 7x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3$

b) $(-0{,}0001)x > 0{,}0004$

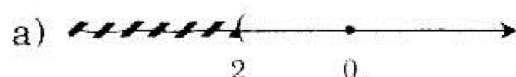
c) $x^2 < -4x$

32. Cho bất phương trình $(x-1)^2 > 0$ (1)

a) Chứng minh rằng: $x = 2$; $x = -1$; $x = -2$ là các nghiệm của bất phương trình (1).

b) Có thể kết luận rằng với mọi giá trị của ẩn số x đều là nghiệm của bất phương trình (1) hay không?

33. Hình vẽ sau biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào? (Kể hai bất phương trình có cùng tập nghiệm)

a) 

b) 

34. Tìm giá trị của x sao cho:

a) Giá trị của biểu thức $3x - 4$ không âm.

b) Giá trị của biểu thức $-2x + 5$ không dương.

c) Giá trị của biểu thức x^2 không nhỏ hơn giá trị của x.

35. Giải các bất phương trình:

a) $5x - 3(2x + 1) < 3x - (2x + 5)$

b) $3x(4x - 1) > (2x - 3)(6x + 7)$

36. Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm của chúng trên trục số:

a) $\dfrac{12 - 3x}{4} < 3$

b) $\dfrac{5 - 12x}{3} > 7$

c) $\dfrac{1}{3}(x - 3) \geq \dfrac{x - 2}{5}$

d) $\dfrac{x - 4}{2} \leq \dfrac{3 - x}{3}$

Giải

31. a) $3x - 4x^2 + 5x^3 - 6x^4 + 7x^5 + 8 < 7x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3$

$\Leftrightarrow 3x - 4x^2 + 5x^3 - 6x^4 + 7x^5 - 7x^5 + 6x^4 - 5x^3 + 4x^2 < 3 - 8$

$\Leftrightarrow 3x < -5$

$\Leftrightarrow x < -\dfrac{5}{3}$ (*)

Thay giá trị $x = -3$ vào (*), ta được $-3 < -\dfrac{5}{3}$ là khẳng định đúng.

Vậy giá trị $x = -3$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

b) Thay giá trị $x = -3$ vào bất phương trình $(-0,0001)x > 0,0004$ ta được: $(-0,0001)(-3) > 0,0004 \Leftrightarrow 0,0003 > 0,0004$ là khẳng định sai

Vậy giá trị $x = -3$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho.

c) Thay giá trị $x = -3$ vào bất phương trình $x^2 < -4x$ ta được:

$(-3)^2 < -4(-3) \Leftrightarrow 9 < 12$ là khẳng định đúng

Vậy giá trị $x = -3$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

32. a) Thay giá trị $x = 2$ vào (1), ta được:

$(2 - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow 1 > 0$ là khẳng định đúng.

Thay giá trị $x = -1$ vào (1), ta được:

$(-1 - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow 4 > 0$ là khẳng định đúng.

Thay giá trị $x = -2$ vào (1), ta được:

$(-2 - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow 9 > 0$ là khẳng định đúng.

Vậy các giá trị $x = 2$, $x = -1$; $x = -2$ là các nghiệm của bất phương trình (1).

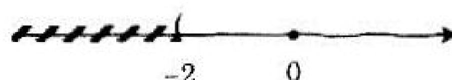
b) Vì với giá trị $x = 1$ thì $(1 - 1)^2 > 0$ là khẳng định sai

$\Rightarrow$ Giá trị $x = 1$ không phải là nghiệm của bất phương trình (1)

Vậy: không thể kết luận rằng mọi giá trị của ẩn số x đều là nghiệm của bất phương trình (1).

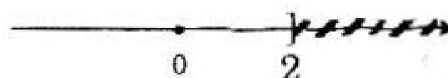
33. a) Hình vẽ bên biểu diễn tập nghiệm của các bất phương trình:

- $x > -2$
- $-3x < 6$



b) Hình vẽ bên biểu diễn tập nghiệm của các bất phương trình:

- $x \le 2$
- $-4x \ge -8$



34. a) $3x - 4 \ge 0 \Leftrightarrow 3x \ge 4 \Leftrightarrow x \ge \dfrac{4}{3}$

Vậy với giá trị $x \ge \dfrac{4}{3}$ thì giá trị của biểu thức $3x - 4$ sẽ không âm.

b) $-2x + 5 \le 0 \Leftrightarrow -2x \le -5 \Leftrightarrow x \ge \frac{5}{2}$

Vậy với giá trị $x \ge \frac{5}{2}$ thì giá trị của biểu thức $-2x + 5$ sẽ không dương.

c) $x^2 \ge x \Leftrightarrow x^2 - x \ge 0$

$\Leftrightarrow x(x - 1) \ge 0$

$\Leftrightarrow x \le 0$ và $x - 1 \le 0$ hoặc $x \ge 0$ và $x - 1 \ge 0$

$\Leftrightarrow x \le 0$ và $x \le 1$ hoặc $x \ge 0$ và $x \ge 1$

$\Leftrightarrow x \le 0$ hoặc $x \ge 1$

Vậy với giá trị $x \le 0$ hoặc giá trị $x \ge 1$ thì giá trị của biểu thức x^2 sẽ không lớn hơn giá trị của x.

35. a) $5x - 3(2x + 1) < 3x - (2x + 5) \Leftrightarrow 5x - 6x - 3 < 3x - 2x - 5$

$\Leftrightarrow -x - 3 < x - 5$

$\Leftrightarrow -x - x < 3 - 5$

$\Leftrightarrow -2x < -2$

$\Leftrightarrow x > 1$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 1$.

b) $3x(4x - 1) > (2x - 3)(6x + 7)$

$\Leftrightarrow 12x^2 - 3x > 12x^2 + 14x - 18x - 21$

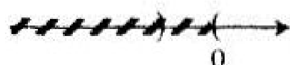
$\Leftrightarrow 12x^2 - 3x - 12x^2 - 14x + 18x > -21$

$\Leftrightarrow x > -21$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -21$.

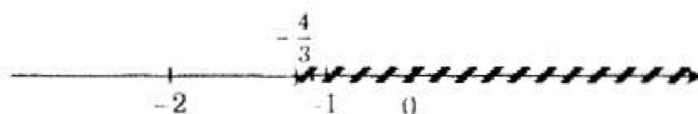
36. a) $\frac{12 - 3x}{4} < 3 \Leftrightarrow 12 - 3x < 12 \Leftrightarrow -3x < 0 \Leftrightarrow x > 0$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x > 0\}$.



b) $\frac{5 - 12x}{3} > 7 \Leftrightarrow 5 - 12x > 21 \Leftrightarrow -12x > 16 \Leftrightarrow x < -\frac{4}{3}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{x / x < -\frac{4}{3}\right\}$.



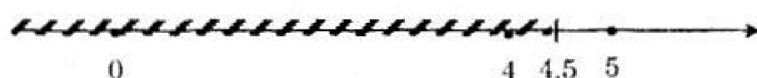
c) $\frac{1}{3}(x-3) \geq \frac{x-2}{5} \Leftrightarrow 5(x-3) \geq 3(x-2)$

$\Leftrightarrow \quad 5x - 15 \geq 3x - 6$

$\Leftrightarrow \quad 2x \geq 9$

$\Leftrightarrow \quad x \geq 4,5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x \geq 4,5\}$.



d) $\frac{x-4}{2} \leq \frac{3-x}{3} \Leftrightarrow 3(x-4) \leq 2(3-x)$

$\Leftrightarrow \quad 3x - 12 \leq 6 - 2x$

$\Leftrightarrow \quad 5x \leq 18$

$\Leftrightarrow \quad x \leq \frac{18}{5}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{x / x \leq \frac{18}{5}\right\}$.



§5. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nhắc lại về giá trị tuyệt đối:

Giá trị tuyệt đối của số a, kí hiệu là: $|a|$, được định nghĩa như sau:

$|a| = a$ khi $a \geq 0$

$|a| = -a$ khi $a < 0$

2. Giải một số phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối:

Ví dụ 1: Giải phương trình $|2x| = x + 6$ (1)

Giải

Ta có: $|2x| = 2x$ khi $2x \geq 0$ hay $x \geq 0$

$|2x| = -2x$ khi $2x < 0$ hay $x < 0$

a) Phương trình $2x = x + 6$ với điều kiện $x \geq 0$.

Ta có: $2x = x + 6 \Leftrightarrow 2x - x = 6 \Leftrightarrow x = 6$

Giá trị $x = 6$ thỏa mãn điều kiện $x \geq 0$ nên 6 là nghiệm của phương trình (1).

b) Phương trình $-2x = x + 6$ với điều kiện $x < 0$.

Ta có: $-2x = x + 6 \Leftrightarrow -2x - x = 6 \Leftrightarrow -3x = 6 \Leftrightarrow x = -2$

Giá trị $x = -2$ thỏa mãn điều kiện $x < 0$ nên -2 là nghiệm của phương trình (1).

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là $S = \{-2; 6\}$.

Ví dụ 2: Giải phương trình $|x - 2| = 8 - 3x$ (2)

Giải

Ta có: $|x - 2| = x - 2$ khi $x - 2 \geq 0$ hay $x \geq 2$

$|x - 2| = -(x - 2)$ khi $x - 2 < 0$ hay $x < 2$

a) Phương trình $x - 2 = 8 - 3x$ với điều kiện $x \geq 2$.

Ta có: $x - 2 = 8 - 3x \Leftrightarrow x + 3x = 8 + 2 \Leftrightarrow 4x = 10 \Leftrightarrow x = 2,5$

Giá trị $x = 2,5$ thỏa mãn điều kiện $x \geq 2$, nên 2,5 là nghiệm của (2)

b) Phương trình $-(x - 2) = 8 - 3x$ với điều kiện $x < 2$.

Ta có: $-(x - 2) = 8 - 3x$

$\Leftrightarrow -x + 2 = 8 - 3x$

$\Leftrightarrow -x + 3x = 8 - 2$

$\Leftrightarrow 2x = 6$

$\Leftrightarrow x = 3$

Giá trị x = 3 không thỏa mãn điều kiện x < 2, nên 3 không phải là nghiệm của (2).

Vậy tập nghiệm của phương trình (2) là S = {2,5}.

Cách khác:

$$|x - 2| = 8 - 3x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8 - 3x \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x - 2 = 8 - 3x \\ x - 2 = -(8 - 3x) \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \dfrac{8}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x + 3x = 8 + 2 \\ x - 3x = -8 + 2 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \dfrac{8}{3} \\ \left[\begin{array}{l} 4x = 10 \\ -2x = -6 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \dfrac{8}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x = 2,5 \text{ (thích hợp, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)} \\ x = 3 \text{ (không thích hợp, vì không thỏa mãn điều kiện của ẩn)} \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình S = {2,5}.

Chú ý: $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = \pm B \end{cases}$

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

37. Bỏ dấu giá trị tuyệt đối và rút gọn biểu thức:

a) $A = 3x - 2 - |1945x|$ trong hai trường hợp: $x \geq 0$ và $x < 0$.

b) $B = |30x| + 4x - 1975$ trong hai trường hợp: $x \leq 0$ và $x > 0$.

c) $C = |26x - 3| - 2005 + 4x$ khi $x > \dfrac{3}{26}$

d) $D = 20x + 11 + |3x + 2|$

e) $E = |x| + |x + 1| + 2$

38. Giải các phương trình:

a) $|x| = x + 4$

b) $|-2x| = x - 7$

c) $|3x| = 6x + 9$

d) $|-7x| - 2x = 20$

39. Giải các phương trình:

a) $|x - 5| = 2x + 7$

b) $|x + 3| = 4x - 7$

c) $|2x + 3| - 15 = 3x + 1$

d) $|x - 2| + 2x = 7$

40. Với giá trị nào của x thì:

a) $|x - 2005| = x - 2005$

b) $|5x - 9| = 9 - 5x$

Giải

37. a) • Khi $x \geq 0$ thì $1945x \geq 0 \Rightarrow |1945x| = 1945x$

Do đó: $A = 3x - 2 - 1945x = -2 - 1942x$

• Khi: $x < 0$ thì $1945x < 0 \Rightarrow |1945x| = -1945x$

Do đó: $A = 3x - 2 - (-1945x) = 1948x - 2$

b) • Khi: $x \leq 0$ thì $30x \leq 0 \Rightarrow |30x| = -30x$

Do đó: $B = -30x + 4x - 1975 = -26x - 1975$

• Khi: $x > 0$ thì $30x > 0 \Rightarrow |30x| = 30x$

Do đó: $B = 30x + 4x - 1975 = 34x - 1975$

c) • Khi $x > \frac{3}{26}$ thì $26x - 3 > 0 \Rightarrow |26x - 3| = 26x - 3$

Do đó: $C = 26x - 3 - 2005 + 4x = 30x - 2008$

d) • Khi $3x + 2 \geq 0$ hay $x \geq -\frac{2}{3}$ thì $|3x + 2| = 3x + 2$

Do đó: $D = 20x + 11 + 3x + 2 = 23x + 13$

• Khi $3x + 2 < 0$ hay $x < -\frac{2}{3}$ thì $|3x + 2| = -3x - 2$

Do đó: $D = 20x + 11 - 3x - 2 = 17x + 9$

e) Xét ba trường hợp:

• Với $x < -1$, ta có: $|x| = -x$ và $|x + 1| = -x - 1$

$\Rightarrow E = -x + (-x - 1) + 2 = -2x + 1$

• Với $-1 \leq x < 0$, ta có: $|x| = -x$ và $|x + 1| = x + 1$

$\Rightarrow E = -x + (x + 1) + 2 = 3$

• Với $x \geq 0$, ta có: $|x| = x$ và $|x + 1| = x + 1$

$\Rightarrow E = x + (x + 1) + 2 = 2x + 3$

38. a) $|x| = x + 4$. Ta giải hai phương trình:

- $x = x + 4$ (khi $x \geq 0$)

  $\Leftrightarrow x \in \varnothing$ (không thích hợp, vì không thỏa mãn điều kiện $x \geq 0$)

- $-x = x + 4$ (khi $x < 0$)

  $\Leftrightarrow x = -2$ (thích hợp, vì thỏa mãn điều kiện $x < 0$)

Vậy tập nghiệm của phương trình $|x| = x + 4$ là $S = \{-2\}$.

b) $$|-2x| = x - 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} -2x = x - 7 \\ -2x = 7 - x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{7}{3} \\ x = -7 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $|-2x| = x - 7$ là $S = \varnothing$.

c) $$|3x| = 6x + 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 9 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} 3x = 6x + 9 \\ 3x = -6x - 9 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1,5 \\ \left[\begin{array}{l} -3x = 9 \\ 9x = -9 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1,5 \\ \left[\begin{array}{l} x = -3 \quad \text{(loại)} \\ x = -1 \quad \text{(chọn)} \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình: $|-2x| = 6x + 9$ là $S = \{-1\}$.

d) $|-7x| - 2x = 20 \Leftrightarrow |-7x| = 2x + 20$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 20 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} -7x = 2x + 20 \\ -7x = -2x - 20 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -10 \\ \left[\begin{array}{l} -9x = 20 \\ -5x = -20 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -10 \\ \left[\begin{array}{ll} x = -\dfrac{20}{9} & \text{(chọn)} \\ x = 4 & \text{(chọn)} \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $|-7x| - 2x = 20$ là $S = \left\{-\dfrac{20}{9}; 4\right\}$.

39. a) $|x - 5| = 2x + 7 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 7 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x - 5 = 2x + 7 \\ x - 5 = -2x - 7 \end{array}\right. \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3{,}5 \\ \left[\begin{array}{l} x - 2x = 5 + 7 \\ x + 2x = 5 - 7 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3{,}5 \\ \left[\begin{array}{ll} x = -12 & \text{(loại)} \\ x = -\dfrac{2}{3} & \text{(chọn)} \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $|x - 5| = 2x + 7$ là $S = \left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$.

b) $|x + 3| = 4x - 7 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 7 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x + 3 = 4x - 7 \\ x + 3 = -4x + 7 \end{array}\right. \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{7}{4} \\ \left[\begin{array}{l} x - 4x = -3 - 7 \\ x + 4x = -3 + 7 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{7}{4} \\ \left[\begin{array}{l} -3x = -10 \\ 5x = 4 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{7}{4} \\ \left[\begin{array}{ll} x = \dfrac{10}{3} & \text{(chọn)} \\ x = \dfrac{4}{5} & \text{(loại)} \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $|x + 3| = 4x - 7$ là $S = \left\{\frac{10}{3}\right\}$.

c) * *Cách 1*: Đưa về giải hai phương trình:

• $2x + 3 - 15 = 3x + 1$ (1) khi $2x + 3 \geq 0$ hay $x \geq -\frac{3}{2}$

(1) $\Leftrightarrow 2x - 3x = 15 - 3 + 1$

$\Leftrightarrow -x = 13$

$\Leftrightarrow x = -13$ (không thích hợp, vì $-13 < -\frac{3}{2}$)

• $-(2x + 3) - 15 = 3x + 1$ (2) khi $2x + 3 < 0$ hay $x < -\frac{3}{2}$

(2) $\Leftrightarrow -2x - 3 - 15 = 3x + 1$

$\Leftrightarrow -2x - 3x = 15 + 3 + 1$

$\Leftrightarrow -5x = 19$

$\Rightarrow x = -\frac{19}{5}$ (chọn, vì $-\frac{19}{5} < -\frac{3}{2}$)

Vậy tập nghiệm của phương trình $|2x + 3| - 15 = 3x + 1$ là:

$S = \left\{-\frac{19}{5}\right\}$

* *Cách 2:* $|2x + 3| - 15 = 3x + 1$

$\Leftrightarrow |2x + 3| = 3x + 16$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 16 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} 2x + 3 = 3x + 16 \\ 2x + 3 = -3x - 16 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x \geq -16 \\ \left[\begin{array}{l} 2x - 3x = -3 + 16 \\ 2x + 3x = -3 - 16 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{16}{3} \\ \left[\begin{array}{ll} x = -13 & \text{(loại, vì } -13 < -\frac{16}{3}) \\ x = -\frac{19}{5} & \text{(chọn, vì } -\frac{19}{5} > -\frac{16}{3}) \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $|2x + 3| - 15 = 3x + 1$ là:

$$S = \left\{-\frac{19}{5}\right\}$$

d) * *Cách 1:* $|x - 2| + 2x = 7$. Đưa về giải hai phương trình:

- $x - 2 + 2x = 7$ (1) khi $x - 2 \geq 0$ hay $x \geq 2$

  (1) $\Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$ (chọn, vì $3 > 2$)

- $-(x - 2) + 2x = 7$ (2) khi $x - 2 < 0$ hay $x < 2$

  (2) $\Leftrightarrow -x + 2 + 2x = 7 \Leftrightarrow x = 5$ (loại, vì $5 > 2$)

Vậy tập nghiệm của phương trình $|x - 2| + 2x = 7$ là $S = \{3\}$.

* *Cách 2:* $|x - 2| + 2x = 7 \Leftrightarrow |x - 2| = 7 - 2x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7 - 2x \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x - 2 = 7 - 2x \\ x - 2 = 2x - 7 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3,5 \\ \left[\begin{array}{l} 3x = 9 \\ -x = -5 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3,5 \\ \left[\begin{array}{l} x = 3 \text{ (chọn)} \\ x = 5 \text{ (loại)} \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $|x - 2| + 2x = 7$ là $S = \{3\}$.

40. a) Ta có: $|A| = A$ khi $A \geq 0$

Nên: $|x - 2005| = x - 2005$ có nghiệm là các giá trị của x sao cho:

$x - 2005 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2005$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{x / x \geq 2005\}$.

b) Ta có: $|A| = -A$ khi $A \leq 0$

Nên: $|5x - 9| = 9 - 5x$ có nghiệm là các giá trị của x sao cho:

$5x - 9 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{9}{5}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{x / x \leq \frac{9}{5}\right\}$.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Giải phương trình: $|x - 2005| + |x - 2006| = 1$.

Hướng dẫn – đáp số

$|x - 2005| + |x - 2006| = |x - 2005| + |2006 - x| \geq (x - 2005) + (2006 - x) = 1$

Dấu đẳng thức xảy ra. Do đó:

$$\begin{cases} x - 2005 \geq 0 \\ 2006 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2005 \leq x \leq 2006$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{x / 2005 \leq x \leq 2006\}$.

Nhận xét biểu thức: $|x - 2005| + |x - 2006|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 $\Leftrightarrow$ $2005 \leq x \leq 2006$.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

41. Cho $a \geq b$. Chứng minh:

a) $a + 10 \geq b + 10$

b) $-7a \leq -7b$

c) $3a - 5 \geq 3b - 5$

d) $26 - 3a \leq 26 - 3b$

42. So sánh m và n nếu:

a) $m + 20 < n + 20$

b) $-100m > -100n$

c) $30m - 4 \leq 30n - 4$

d) $19 - 5m \geq 19 - 5n$

43. Cho $a \geq 0$, $b \geq 0$. Chứng minh rằng:

$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (Bất đẳng thức Cauchy)

44. Có ghi C, không ghi K vào ô trống.

Hãy kiểm tra xem -1 có là nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau:

a) $-4x + 3 < -2$ ☐

b) $12x - 6 > 15$ ☐

c) $x^2 + 1 > 0$ ☐

d) $x^2 - 3 < 0$ ☐

e) $x + 1 \geq 2x + 3$ ☐

f) $|x| + 1 \leq 3 + x$ ☐

45. Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $\frac{3-x}{4} - \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{5} \geq \frac{2x+3}{2} + \frac{x}{10}$

c) $\frac{2x-3}{3} < \frac{5-3x}{2}$

d) $\frac{2x-5}{-3} \geq \frac{4-3x}{-5}$

46. Tìm giá trị của x sao cho:

a) Giá trị của biểu thức 4 – 3x là số dương.

b) Giá trị của biểu thức 4x – 5 là số âm.

c) Giá trị của biểu thức $x^2 + 1$ không nhỏ hơn giá trị của biểu thức 2x.

d) Giá trị của biểu thức $x^2 + 3x$ không lớn hơn giá trị của biểu thức $x(x-4) + 5$.

47. Giải các phương trình:

a) $|7x| = 77$

b) $|-3x| = 6x + 96$

c) $|x-5| = 4x$

d) $|2x+3| = x - 15$

48. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

$A = |20x - 10| + |20x - 11|$

$B = |x-1| + |x-2| + |x-3|$

49. Với giá trị nào của x thì:

a) $\frac{x-3}{x-4} > 0$?

b) $\frac{x-2}{x+5} < 0$?

Giải

41. a) $a \geq b \Leftrightarrow a + 10 \geq b + 10$ (liên hệ giữa thứ tự và phép cộng)

b) $a \geq b \Leftrightarrow -7a \leq -7b$ (liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số âm)

c) $a \geq b \Leftrightarrow 3a \geq 3b$ (liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số dương)

$\Leftrightarrow 3a - 5 \geq 3b - 5$ (liên hệ giữa thứ tự và phép cộng)

d) $a \geq b \Leftrightarrow -3a \leq -3b \Leftrightarrow 26 - 3a \leq 26 - 3b$

42. a) $m + 20 < n + 20 \Leftrightarrow m + 20 + (-20) < n + 20 + (-20) \Leftrightarrow m < n$

b) $-100m > -100n \Leftrightarrow -100m\left(-\frac{1}{100}\right) < -100n\left(-\frac{1}{100}\right) \Leftrightarrow m < n$

c) $30m - 4 \leq 30n - 4 \quad \Leftrightarrow 30m - 4 + 4 \leq 30n - 4 + 4$

$\Leftrightarrow 30m \leq 30n$

$\Leftrightarrow 30m\frac{1}{30} \le 30n\frac{1}{30}$

$\Leftrightarrow m \le n$

d) $19 - 5m \ge 19 - 5n$ $\Leftrightarrow 19 - 5m + (-19) \ge 19 - 5n + (-19)$

$\Leftrightarrow -5m \ge -5n$

$\Leftrightarrow -5m\left(-\frac{1}{5}\right) \le -5n\left(-\frac{1}{5}\right)$

$\Leftrightarrow m \le n$

43. Ta có: $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \ge 0$

Do đó: $\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$.

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b$.

44. a) $-4x + 3 < -2$ [K]

b) $12x - 6 > 15$ [K]

c) $x^2 + 1 > 0$ [C]

d) $x^2 - 3 < 0$ [C]

e) $x + 1 \ge 2x + 3$ [K]

f) $|x| + 1 \le 3 + x$ [C]

45. a) $\frac{3-x}{4} - \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 3(3 - x) - 3 . 4 < 6$

$\Leftrightarrow 9 - 3x - 12 < 6$

$\Leftrightarrow -3x < 6 - 9 + 12$

$\Leftrightarrow -3x < 9$

$\Leftrightarrow x > -3$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x/\ x > -3\}$.



b) $\frac{3}{5} \ge \frac{2x+3}{2} + \frac{x}{10}$

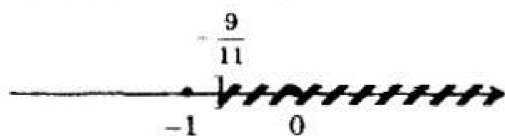
$\Leftrightarrow 3.2 \ge 5(2x + 3) + x$

$\Leftrightarrow 6 \ge 10x + 15 + x$

$\Leftrightarrow 11x \le -9$

$\Leftrightarrow x \le -\dfrac{9}{11}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{x / x \le -\dfrac{9}{11}\right\}$.



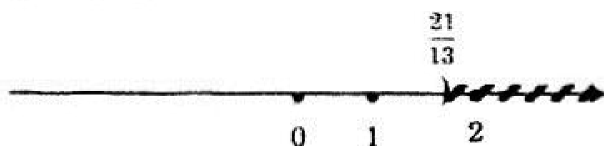
c) $\dfrac{2x-3}{3} < \dfrac{5-3x}{2} \Leftrightarrow 2(2x-3) < 3(5-3x)$

$\Leftrightarrow 4x - 6 < 15 - 9x$

$\Leftrightarrow 13x < 21$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{21}{13}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{x / x < \dfrac{21}{13}\right\}$.



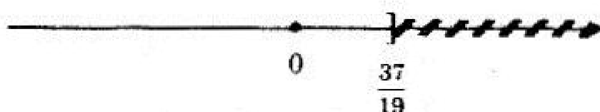
d) $\dfrac{2x-5}{-3} \ge \dfrac{4-3x}{-5} \Leftrightarrow 5(2x-5) \le 3(4-3x)$

$\Leftrightarrow 10x - 25 \le 12 - 9x$

$\Leftrightarrow 19x \le 37$

$\Leftrightarrow x \le \dfrac{37}{19}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{x / x \le \dfrac{37}{19}\right\}$.



46. a) Giá trị của biểu thức $4 - 3x$ là số dương $\Leftrightarrow 4 - 3x > 0$

$\Leftrightarrow -3x > -4$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{4}{3}$

Vậy với các giá trị của x nhỏ hơn $\dfrac{4}{3}$ thì giá trị của biểu thức $4 - 3x$ là số dương.

b) Giá trị của biểu thức $4x - 5$ là số âm $\Leftrightarrow 4x - 5 < 0$

$$\Leftrightarrow 4x < 5$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{5}{4}$$

Vậy với các giá trị của x nhỏ hơn $\frac{5}{4}$ thì giá trị của biểu thức:

$4x - 5$ là số âm

c) Giá trị của biểu thức $x^2 + 1$ không nhỏ hơn giá trị của biểu thức $2x$

$\Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 2x$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 \geq 0$ là khẳng định đúng với mọi giá trị của x.

Vậy với mọi giá trị của x thì giá trị của biểu thức $x^2 + 1$ không nhỏ hơn giá trị của biểu thức $2x$.

d) Giá trị của biểu thức $x^2 + 3x$ không lớn hơn giá trị của biểu thức:

$x(x - 4) + 5$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x \leq x(x - 4) + 5$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x \leq x^2 - 4x + 5$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x - x^2 + 4x \leq 5$

$\Leftrightarrow 7x \leq 5$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{5}{7}$

Vậy với mọi giá trị của x nhỏ hơn hoặc bằng $\frac{5}{7}$ thì giá trị của biểu thức $x^2 + 3x$ không lớn hơn giá trị của biểu thức $x(x - 4) + 5$.

47. a) Vì $77 > 0$ nên $|7x| = 77 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x = 77 \\ -7x = 77 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 11 \\ x = -11 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-11; 11\}$.

b) $|-3x| = 6x + 96 \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 96 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} -3x = 6x + 96 \\ -3x = -6x - 96 \end{array}\right. \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x \geq -96 \\ \left[\begin{array}{l} -9x = 96 \\ 3x = -96 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{96}{6} \\ \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{96}{9} \\ x = -\dfrac{96}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -16 \\ \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{32}{3} \\ x = -32 \end{array}\right. \end{cases}$$

Giá trị $x = -\dfrac{32}{3}$ (chọn, vì thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Giá trị x = –32 (loại, vì không thỏa mãn điều kiện của ẩn)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{-\dfrac{32}{3}\right\}$.

c) $|x-5| = 4x \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x-5 = 4x \\ x-5 = -4x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ \left[\begin{array}{ll} x = -\dfrac{5}{3} & \text{(loại, vì } -\dfrac{5}{3} < 0) \\ x = 1 & \text{(chọn, vì } 1 > 0) \end{array}\right. \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là S = {1}.

d) $|2x+3| = x - 15 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 15 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} 2x+3 = x-15 \\ 2x+3 = -(x-15) \end{array}\right. \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 15 \\ \left[\begin{array}{ll} x = -18 & \text{(loại, vì } -18 < 15) \\ x = 4 & \text{(loại, vì } 4 < 15) \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là S = ∅.

48. $A = |20x-10| + |20x-11| = |20x-10| + |11-20x| \ge 20x - 10 + 11 - 20x = 1$

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} 20x - 10 \ge 0 \\ 11 - 20x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x \ge 10 \\ 20x \le 11 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{2} \\ x \le \dfrac{11}{20} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \le x \le \frac{11}{20}$$

Vậy $A_{min} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le x \le \frac{11}{20}$

$$B = |x-1| + |x-2| + |x-3| = |x-1| + |x-2| + |3-x| \ge x - 1 + 0 + 3 - x = 2$$

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \ge 0 \\ x - 2 = 0 \\ 3 - x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x = 2 \\ x \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le x \le 3$

Vậy $B_{min} = 2 \Leftrightarrow x = 2$.

49. a) $\frac{x-3}{x-4} > 0 \Leftrightarrow x - 3$ và $x - 4$ cùng dấu

Mà: $x - 3 > x - 4$

Nên: $x - 4 > 0$ hoặc $x - 3 < 0 \Leftrightarrow x > 4$ hoặc $x < 3$

Vậy với các giá trị của $x > 4$ hoặc $x < 3$ thì $\frac{x-3}{x-4} > 0$

b) $\frac{x-2}{x+5} < 0 \Leftrightarrow x - 2$ và $x + 5$ khác dấu

Mà: $x + 5 > x - 2$

Nên: $x + 5 > 0$ và $x - 2 < 0 \Leftrightarrow x > -5$ và $x < 2 \Leftrightarrow -5 < x < 2$

Vậy với các giá trị của x mà $-5 < x < 2$ thì: $\frac{x-2}{x+5} < 0$

PHẦN HÌNH HỌC

Chương III: TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

§1. ĐỊNH LÍ TA–LÉT TRONG TAM GIÁC

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tỉ số của hai đoạn thẳng:

Định nghĩa: Tỉ số của hai đoạn thẳng là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo.

Chú ý: Tỉ số của hai đoạn thẳng không phụ thuộc vào cách chọn đơn vị đo.

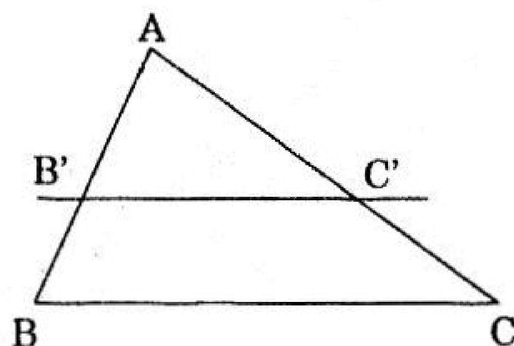
2. Đoạn thẳng tỉ lệ:

Định nghĩa: Hai đoạn thẳng AB và CD gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng A'B' và C'D' nếu có tỉ lệ thức $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$ hay $\frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$.

3. Định lí Ta–lét trong tam giác:

Định lí Ta–lét: Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

GT	ΔABC, B'C' // BC (B' $\in$ AB, C' $\in$ AC)
KL	$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$ $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$ $\frac{B'B}{AB} = \frac{C'C}{AC}$



B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

1. Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng có độ dài như sau:

a) AB = 7dm và CD = 28dm

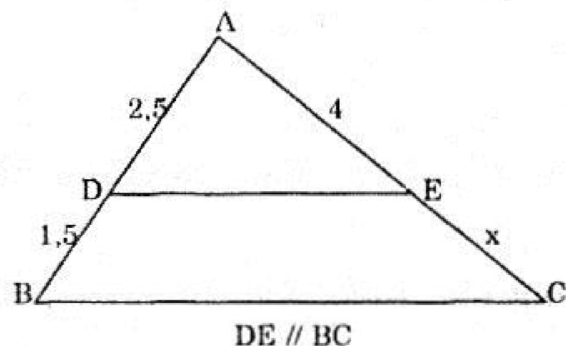
b) MN = 18cm và PQ = 2,4m

2. Cho biết 5MN = 7PQ và MN + PQ = 24m. Tính độ dài của PQ, MN.

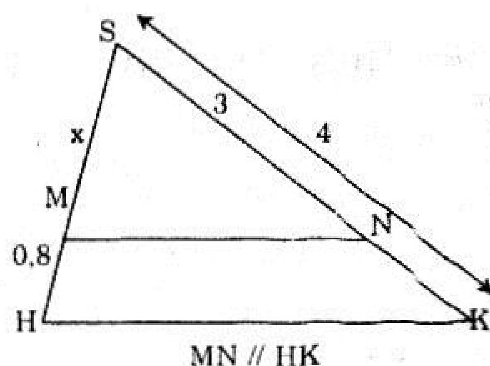
3. Cho biết M thuộc đoạn thẳng AB thỏa mãn: $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{5}$.

Tính các tỉ số: $\frac{AM}{AB}$; $\frac{MB}{AB}$.

4. Tính x trong các trường hợp sau:



DE // BC



MN // HK

5. Cho góc xAy khác góc bẹt. Trên tia Ax lấy các điểm B, C. Qua B và C vẽ 2 đường thẳng song song cắt Ay ở D và E, qua E vẽ lại đường thẳng song song với CD cắt Ax ở F.

a) So sánh $\frac{AB}{AC}$ và $\frac{AD}{AE}$; $\frac{AC}{AF}$ và $\frac{AD}{AE}$.

b) Chứng minh rằng: $AC^2 = AB \cdot AF$

Giải

1. a) $\frac{AB}{CD} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

b) PQ = 2,4 (m) = 240 (cm)

$\frac{MN}{PQ} = \frac{18}{240} = \frac{3}{40}$

2. $5MN = 7PQ \Rightarrow \frac{MN}{7} = \frac{PQ}{5}$

Do đó: $\frac{MN}{7} = \frac{PQ}{5} = \frac{MN + PQ}{7 + 5} = \frac{24}{12} = 2$

• $\frac{MN}{7} = 2 \Rightarrow MN = 2 \cdot 7 = 14$ (m)

• $\frac{PQ}{5} = 2 \Rightarrow PQ = 2 \cdot 5 = 10$ (m)

3. • $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AM}{AM + MB} = \frac{2}{2 + 5}$. Vậy $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{7}$

• $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{MB}{AM} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{MB}{AM + MB} = \frac{5}{2 + 5}$. Vậy $\frac{MB}{AB} = \frac{5}{7}$.

4. a) Xét $\triangle ABC$ có: DE // BC (gt)

Theo định lí Ta-lét, ta có: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

Nên: $\frac{2,5}{1,5} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = \frac{1,5.4}{2,5}$

Vậy x = 2,4.

b) $SN + NK = SK \Rightarrow NK = SK - SN = 4 - 3 = 1$

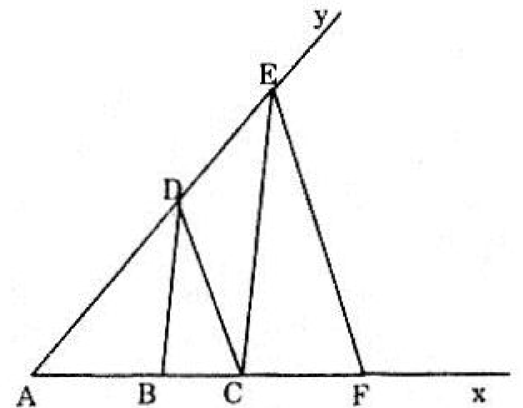
Xét $\triangle SHK$ có: MN // KH (gt)

Theo định lí Ta-lét, ta có: $\frac{SM}{MH} = \frac{SN}{NK}$

Nên: $\frac{x}{0,8} = \frac{3}{1} \Rightarrow x = \frac{3.0,8}{1}$

Vậy x = 2,4.

5. a) Xét $\triangle AEC$ có: BD // CE (gt)



Theo định lí Ta-lét, ta có: $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$

Xét $\triangle AEF$ có: CD // EF (gt)

Theo định lí Ta-lét, ta có: $\frac{AC}{AF} = \frac{AD}{AE}$

b) Theo câu (a) có: $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$

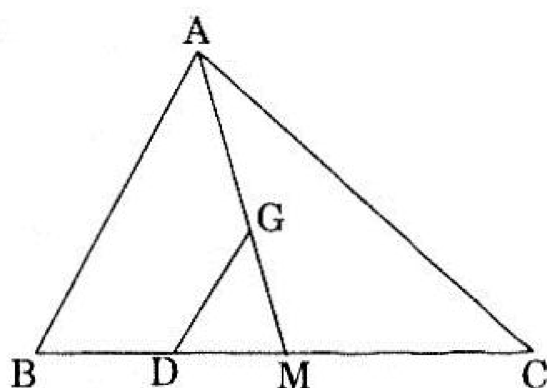
$\frac{AC}{AF} = \frac{AD}{AE}$

$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AF} \Rightarrow AC^2 = AB . AF$

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Cho G là trọng tâm tam giác ABC. Qua G vẽ đường thẳng song song AB cắt BC tại D. Chứng minh rằng: $BD = \frac{1}{3}BC$.

Hướng dẫn – đáp số



AG cắt BC tại M, có M là trung điểm BC, $AG = \frac{2}{3}AM$.

Xét ΔABM có GD // AB (gt)

Theo định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{BD}{BM} = \frac{AG}{AM}$$

Do đó: $\dfrac{BD}{\frac{BC}{2}} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow BD = \dfrac{1}{3}BC.$

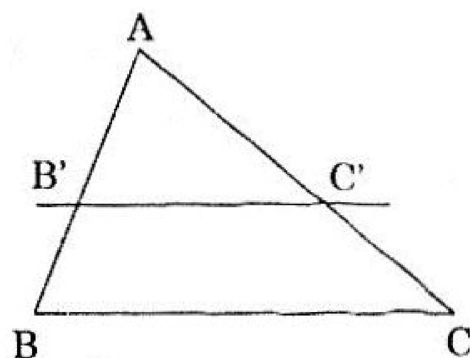
§2. ĐỊNH LÍ ĐẢO VÀ HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÍ TA–LÉT

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định lí Ta–lét đảo:

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

GT	ΔABC, $B' \in AB$, $C' \in AC$ $\dfrac{AB'}{B'B} = \dfrac{AC'}{C'C}$
KL	B'C' // BC



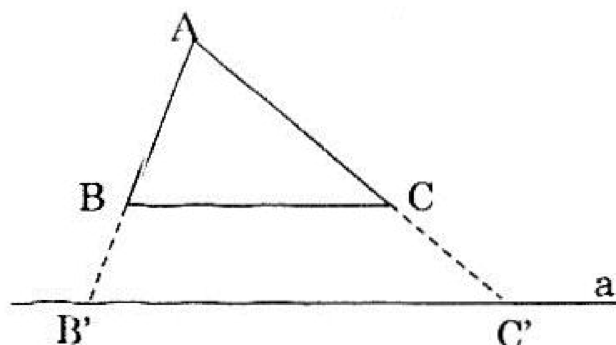
2. Hệ quả của định lí Ta–lét:

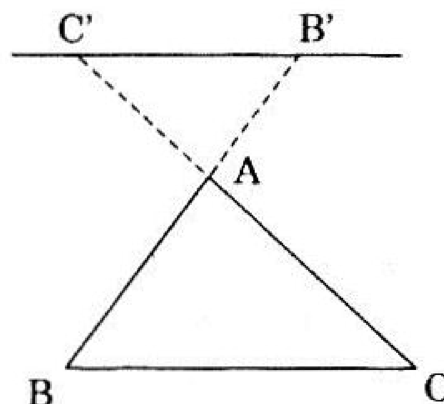
Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

GT	ΔABC B'C' // BC ($B' \in AB$, $C' \in AC$)
KL	$\dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC}$

Chú ý: Hệ quả trên vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại.

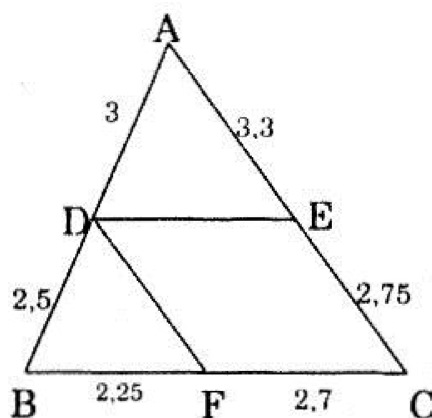
$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$





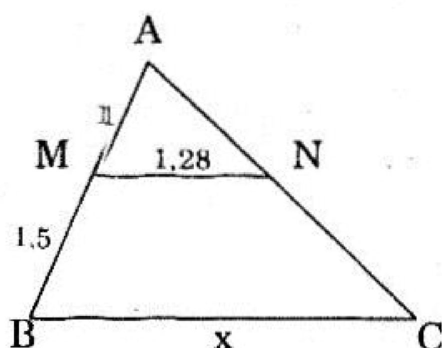
B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

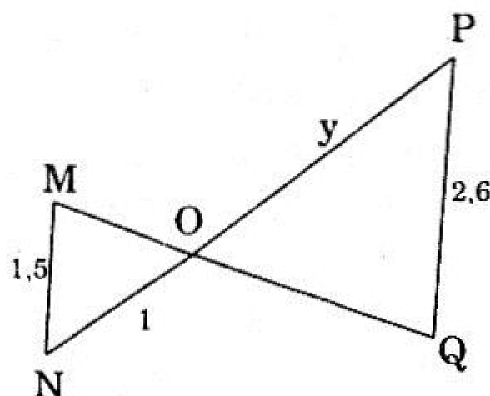
6. Tìm các cặp đường thẳng song song trong hình bên dưới và giải thích vì sao.



7. a) Tính độ dài x, biết MN // BC

b) Tính độ dài y, biết MB // PQ





8. Cho tam giác ABC. M trên cạnh BC sao cho: BM = 2cm, MC = 3cm. Tính tỉ số các khoảng cách từ M và C đến cạnh AB.

9. Cho tam giác ABC, có D và E lần lượt trên các cạnh AB, AC sao cho: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. Chứng minh rằng: $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$.

Giải

6. • Xét ΔABC có: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ $\left(\text{vì } \frac{3}{2,5} = \frac{3,3}{2,75}\right)$

Theo định lí Ta-lét đảo có: DE // BC.

• Xét ΔABC có: $\frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FC}$ $\left(\text{vì } \frac{2,5}{3} = \frac{2,25}{2,7}\right)$

Theo định lí Ta-lét đảo có: DF // AC.

7. Ta có: AB = AM + MB = 2,5

Xét ΔABC có MB // BC (gt)

Theo hệ quả của định lí Ta-lét, ta có: $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$

Nên: $\frac{1,28}{x} = \frac{1}{2,5} \Rightarrow x = 2,5 \,.\, 1,28.$

Vậy x = 3,2.

8. Gọi MH, CK lần lượt là khoảng cách từ M và C đến AB

Ta có: $MH \perp AB$, $CK \perp AB \Rightarrow MH$ // CK

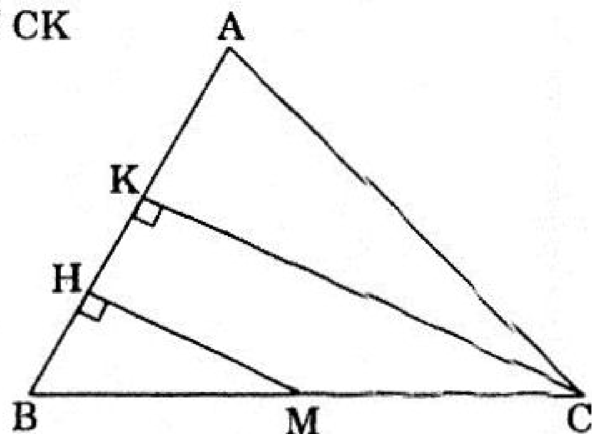
Xét ΔBKC có MH // CK

Theo hệ quả của định lí Ta-lét, ta có:

$\frac{MH}{CK} = \frac{BM}{BC}$

BC = MB + MC = 2 + 3 = 5 (cm)

Nên $\frac{MH}{CK} = \frac{2}{5}$

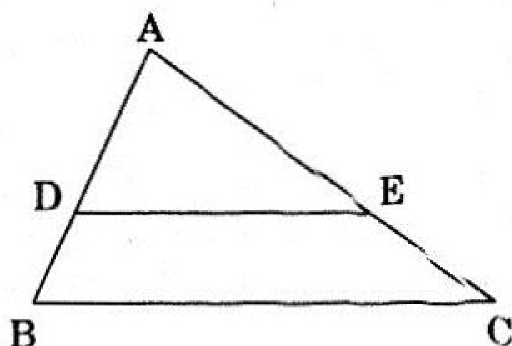


9. Xét ΔABC có $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (gt)

Theo định lí Ta-lét đảo có DE // BC.

Xét ΔABC có DE // BC, theo hệ quả của định lí Ta-lét có:

$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$



C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

1. Cho tam giác ABC, trên các cạnh BC, CA và AB (hoặc phần kéo dài của chúng) lấy các điểm A_1, B_1là C_1. Chứng minh rằng các điểm A_1, B_1 và C_1 thẳng hàng khi và chỉ khi $\frac{BA_1}{CA_1}\frac{CB_1}{AB_1}\frac{AC_1}{BC_1} = 1$ (định lí Mênêlaus)

2. Cho tam giác ABC, trên các cạnh BC, CA, AB lấy các điểm A_1, B_1 và C_1. Chứng minh rằng các điểm AA_1, BB_1, CC_1, đồng quy hoặc song song khi và chỉ khi $\frac{AC_1}{BC_1}$. **Error! Not a valid link.** . **Error! Not a valid link.**

(định lí Xêva)

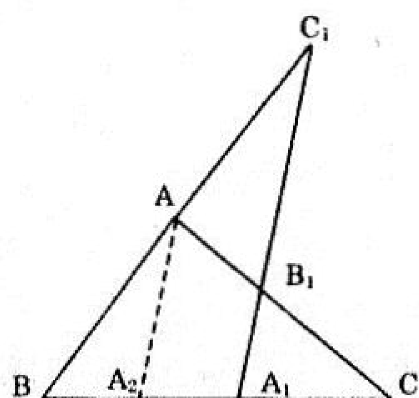
Hướng dẫn đáp số

1. Giả sử A_1, B_1 và C_1 thẳng hàng. Từ A dựng đường thẳng song song với A_1B_1 cắt BC tại A_2, theo định lí Ta-lét có:

$$\frac{AC_1}{BC_1} = \frac{A_2A_1}{BA_1} \text{ và } \frac{CB_1}{AB_1} = \frac{CA_1}{A_2A_1}$$

$$\Rightarrow \frac{BA_1}{CA_1}.\frac{CB_1}{AB_1}.\frac{AC_1}{BC_1} = \frac{BA_1}{CA_1}.\frac{A_2A_1}{BA_1}.\frac{CA_1}{A_2A_1}$$

$$\Rightarrow \frac{BA_1}{CA_1}.\frac{CB_1}{AB_1}.\frac{AC_1}{BC_1} = 1$$



Ngược lại:

Giả sử: $\frac{BA_1}{CA_1}.\frac{CB_1}{AB_1}.\frac{AC_1}{BC_1} = 1$ và A_1 B_1 cắt AB tại C_2

Theo phần trên, ta có: $\frac{BA_1}{CA_1}.\frac{CB_1}{AB_1}.\frac{AC_1}{BC_2} = 1$

Từ đó: $\frac{AC_1}{BC_1} = \frac{AC_2}{BC_2}$

Nếu A_1 và B_1 nằm trên cạnh BC thì C_1 và C_2 ở trên phần kéo dài của cạnh AB. Khi đó C_1 trùng C_2 hay A_1, B_1, C_1 thẳng hàng.

2. Giả sử AA_1, BB_1, CC_1 đồng quy tại O.

Ta có: $\frac{AC_1}{BC_1} = \frac{S_{AC_1O}}{SBC_1O} = \frac{SAC_1C}{SBC_1C} \Rightarrow \frac{AC_1}{BC_1} = \frac{S_{AOC}}{S_{BOC}}$

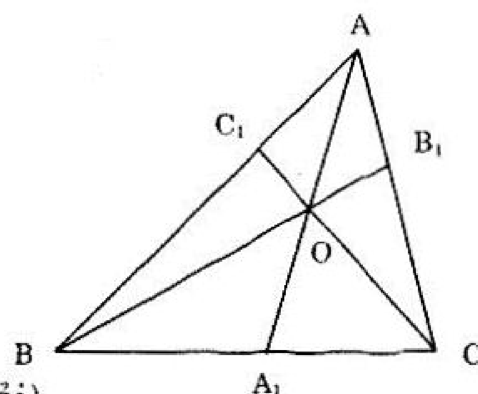
Chứng minh tương tự:

$$\frac{BA_1}{CA_1} = \frac{S_{AOC}}{S_{BOC}} . \frac{CB_1}{AB_1} = \frac{S_{BOC}}{S_{AOB}}$$

Như vậy:

$$\frac{AC_1}{BC_1} . \frac{BA_1}{CA_1} . \frac{CB_1}{AB_1} = 1$$

Ngược lại (dành cho các bạn học sinh tự giải).



LUYỆN TẬP

10. Cho tam giác ABC. D là điểm trên cạnh AC, nối B và D. Đường thẳng song song với AC cắt các đoạn thẳng AB, DB, BC lần lượt tại H, K, S. Chứng minh rằng: $\frac{BK}{BD} = \frac{HS}{AC}$.

11. Cho ΔABC, đường cao AH. Trên đường cao AH lấy các điểm D, E sao cho AD = DE = EH. Qua D, E vẽ các đường thẳng MN, RS song song với BC (M, R ∈ AB, N, S ∈ AC).

a) Chứng minh rằng: $MN = \frac{1}{3}BC$, $RS = \frac{2}{3}BC$

b) Chứng minh rằng: $S_{MNSR} = \frac{1}{3} S_{ABC}$.

12. Cho hình bình hành ABCD, qua A vẽ tia Ax cắt BD ở M, cắt BC ở N và cắt CD ở K.

a) So sánh: $\frac{MB}{MD}$ và $\frac{MA}{MK}$; $\frac{MB}{MD}$ và $\frac{MN}{MA}$

b) Chứng minh rằng: $MA^2 = MN . MK$

13. Cho tam giác ABC, AM là đường trung tuyến. Đường thẳng song song với BC cắt các đoạn thẳng AB, AM, AC lần lượt ở D, N, E.

a) So sánh: $\frac{DN}{BM}$ và $\frac{AN}{AM}$; $\frac{NE}{MC}$ và $\frac{AN}{AM}$.

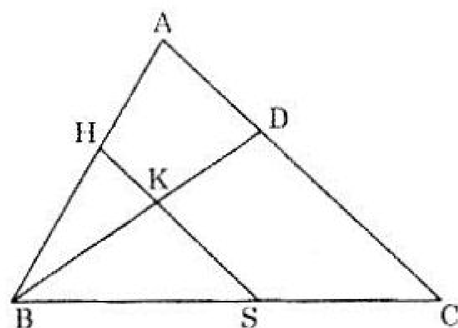
b) Chứng minh rằng N là trung điểm của DE.

14. Cho ba đoạn thẳng có độ dài là m, n, k (cùng đơn vị đo). Dựng đoạn thẳng có độ dài x sao cho:

$$\frac{x}{m} = \frac{3}{4}$$

Giải

10. Xét ΔABD có HS // AC (gt)



Theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{HS}{AC} = \frac{BH}{BA} \qquad (1)$$

Xét ΔABD có HK // AD (gt)

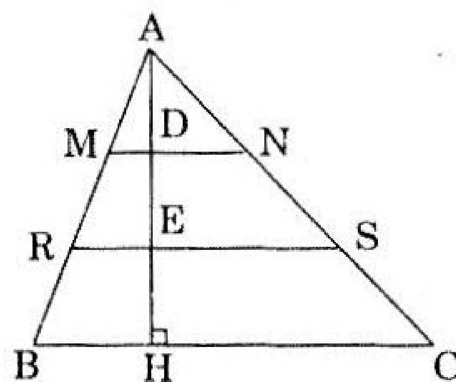
Theo hệ quả định lí Ta–lét, ta có:

$$\frac{BK}{BD} = \frac{BH}{BA} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra: $\frac{BK}{BĐ} = \frac{HS}{AC}$.

11. a) • Xét ΔABC có MN // BC (gt),

Theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có:



$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \qquad (1)$$

• Xét ΔABH có MD // BH (gt)

Theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{AD}{AH} = \frac{AM}{AB} \qquad (2)$$

$$AD = DE = EH \text{ (gt)} \Rightarrow \frac{AD}{AH} = \frac{1}{3} \qquad (3)$$

Từ (1), (2) , (3) có: $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{1}{3}BC$.

• Xét ΔABC có RS // BC (gt), theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{RS}{BC} = \frac{AR}{AB} \qquad (4)$$

• Xét ΔABH có RE // BC (gt), theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có

$$\frac{AE}{AH} = \frac{AR}{AB} \qquad (5)$$

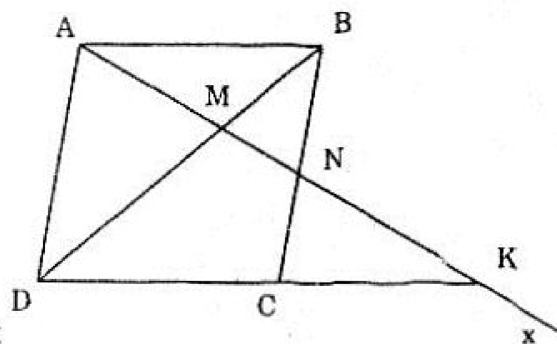
$$AD = DE = EH \Rightarrow \frac{AE}{AH} = \frac{2}{3} \qquad (6)$$

Từ (4), (5), (6) có: $\frac{RS}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow RS = \frac{2}{3}BC$.

b) $S_{MNSR} = \frac{1}{2}(MN + RS) . DE$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}BC + \frac{2}{3}BC\right).\frac{1}{3}AH = \frac{1}{3} . \frac{1}{2}BC . AH = \frac{1}{3}S_{ABC}$$

12. a) • Xét ΔMDK có AB // DK (gt)



Theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{MB}{MD} = \frac{MA}{MK}$$

• Xét ΔMAD có AD // BN (gt)

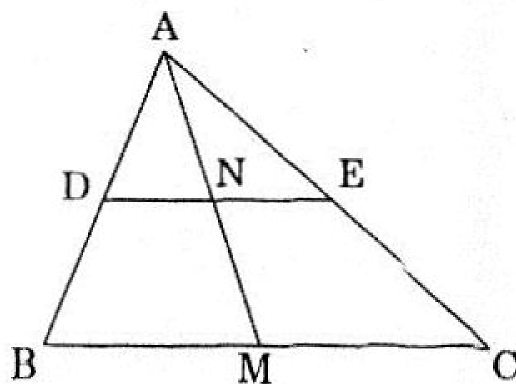
Theo hệ quả định lí Ta–lét, ta có:

$$\frac{MB}{MD} = \frac{MN}{MA}$$

b) Theo câu (a) có: $\frac{MB}{MD} = \frac{MA}{MK}, \frac{MB}{MD} = \frac{MN}{MA}$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MK} = \frac{MN}{MA} \Rightarrow MA^2 = MN . MK$$

13. a) Xét ΔABM có DN // BM (gt)



Theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{DN}{BM} = \frac{AN}{AM}$$

Xét ΔAMC có NE // MC (gt)

Theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{NE}{MC} = \frac{AN}{AM}$$

b) $\frac{DN}{BM} = \frac{AN}{AM}, \frac{NE}{MC} = \frac{AN}{AM} \Rightarrow \frac{DN}{BM} = \frac{NE}{MC}$

Mà: BM = MC (AM là đường trung tuyến của tam giác ABC)

Suy ra: DN = NE

Vậy N là trung điểm của đoạn thẳng DE.

14. Cách dựng:

– Dựng hai tia Ox, Oy không đối nhau và không trùng nhau.
– Trên tia Ox đặt đoạn thẳng OA = 3 đơn vị, OB = 4 đơn vị.
– Trên tia Oy đặt đoạn thẳng OB' = m đơn vị.
– Dựng đường thẳng qua A song song BB' cắt tia Oy ở A'.

Ta có OA' = x

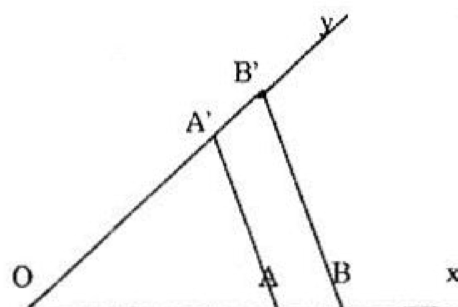
Chứng minh:

$\Delta OBB'$ có AA' // BB' (gt)

Theo định lí Ta-lét ta có:

$\frac{OA'}{OB'} = \frac{OA}{OB}$; $\frac{OA'}{m} = \frac{3}{4}$; $\frac{x}{m} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow x = OA'$.

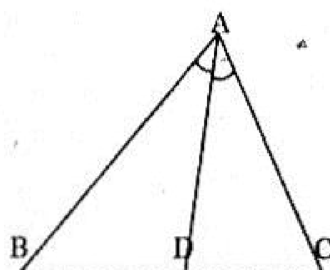


§3. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

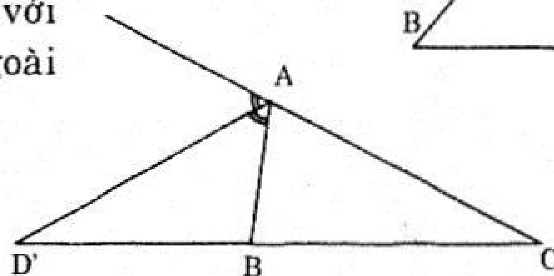
1. *Định lí:* Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

GT	ΔABC AD là tia phân giác $\widehat{BAC}$ ($D \in BC$)
KL	$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$



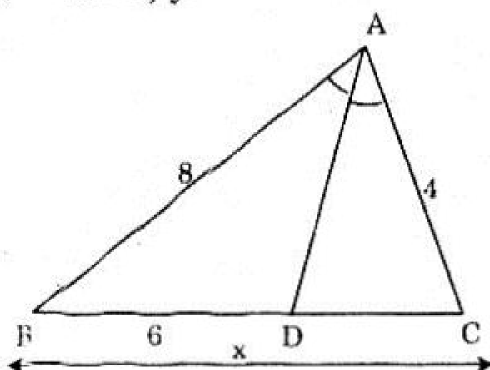
2. *Chú ý:* Định lí vẫn đúng đối với tia phân giác của góc ngoài của tam giác.

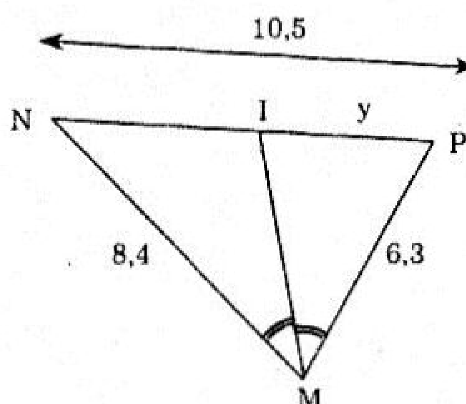
$\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$ ($AB \neq AC$)



B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

15. Tính x; y.





16. Cho tam giác ABC, AD là đường phân giác.

Chứng minh rằng $\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{AB}{AC}$.

17. Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AM. MD là đường phân giác của tam giác MAB. Đường thẳng vuông góc với MD vẽ từ M cắt AC tại E. Chứng minh rằng:

ME là đường phân giác của tam giác MAC.

Giải

15. • Xét ΔABC có AD là đường phân giác, theo tính chất đường phân giác của tam giác có:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}, \text{ nên } \frac{8}{4} = \frac{6}{DC} \Rightarrow DC = \frac{4.6}{8} = 3$$

Vậy: $x = BC = BD + DC = 6 + 3 = 9$

• Xét ΔMNP có MI là đường phân giác, theo tính chất đường phân giác của tam giác có:

$$\frac{MN}{MP} = \frac{IN}{IP}$$

Nên: $\frac{8,4}{6,3} = \frac{10,5 - y}{y} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{10,5 - y}{y}$

$\Leftrightarrow 4y = 31,5 - 3y$

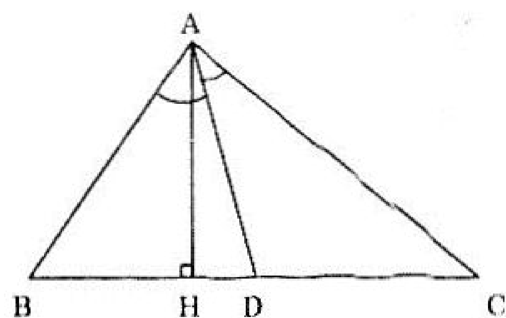
$\Leftrightarrow 4y + 3y = 31,5$

$\Leftrightarrow 7y = 31,5$

$\Leftrightarrow y = 31,5 : 7$

$\Leftrightarrow y = 4,5$

16. Gọi AH là đường cao của tam giác ABC.



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\frac{1}{2}AH.BD}{\frac{1}{2}AH.CD} = \frac{BD}{CD} \quad (1)$$

Mặt khác, tam giác ABC có AD là đường phân giác, theo tính chất đường phân giác có:

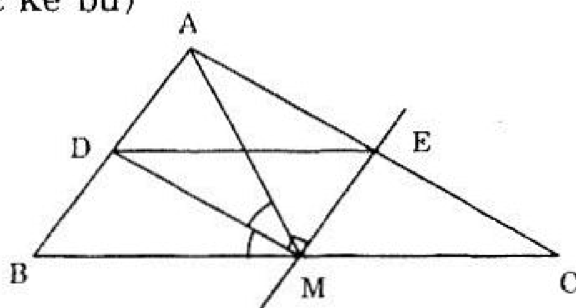
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{AB}{AC}$.

17. Ta có: $\widehat{AMD} + \widehat{AME} = \widehat{DME} = 90^0$

$\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^0$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \frac{1}{2}\widehat{AMB} + \frac{1}{2}\widehat{AMC} = 90^0$



Mà: $\widehat{AMD} = \frac{1}{2}\widehat{AMB}$ (MD là đường phân giác của tam giác MAB)

Do đó: $\widehat{AME} = \frac{1}{2}\widehat{AMC}$. Suy ra ME là tia phân giác của góc AMC.

Vậy ME là đường phân giác của tam giác MAC.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Cho tam giác ABC có AD, BE, CF là ba đường phân giác.

Chứng minh rằng: $\frac{BD}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1$.

Hướng dẫn – đáp số

$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$; $\frac{EC}{EA} = \frac{BC}{AB}$; $\frac{FA}{FB} = \frac{AC}{BC}$

Do đó: $\frac{BD}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{BC}{AB} \cdot \frac{AC}{AB} = 1$.

LUYỆN TẬP

18. Tam giác ABC có AB = 4cm, AC = 8cm, BC = 9cm. AD là đường phân giác. Tính các đoạn DB, DC.

19. Chọn câu trả lời đúng.

Cho tam giác ABC, AD là đường phân giác. Vẽ DE song song AB ($E \in AC$). Biết AB = 4cm, AC = 6cm. Ta có:

A. DE = 4,8cm   C. DE = 3,75cm

B. $DE = \frac{20}{3}$ cm D. DE = 2,4cm

20. Cho tam giác ABC, M là điểm trên cạnh AC, đường thẳng qua C song song với AB cắt BM ở D. Đường thẳng qua M song song với AB, CD cắt BC ở N.

a) So sánh: $\frac{MN}{AB}$ và $\frac{CN}{BC}$; $\frac{MN}{CD}$ và $\frac{BN}{BC}$

b) Chứng minh rằng: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{1}{MN}$.

21. Cho tam giác ABC và M là điểm tuỳ ý trong tam giác. Các đường thẳng AM, BM, CM lần lượt cắt các cạnh BC, AC, AB tại A', B', C'. Vẽ $AH \perp BC$, $MK \perp BC$ ($H, K \in BC$). Chứng minh rằng:

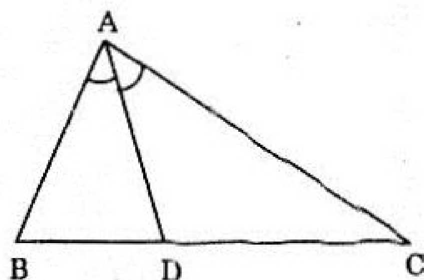
a) $\frac{MA'}{AA'} = \frac{MK}{AH}$. Từ đó suy ra: $\frac{MA'}{AA'} = \frac{S_{NBC}}{S_{ABC}}$.

b) $\frac{MA'}{AA'} + \frac{MB'}{BB'} + \frac{MC'}{CC'} = 1$.

22. Cho tam giác ABC. O là giao điểm các đường phân giác có AB = c, AC = b, BC = a. AO cắt BC tại A_1. Tính A_1B, $\frac{OA}{OA_1}$ theo a, b, c.

Giải

18. Xét $\triangle ABC$, có AD là đường phân giác (gt), theo tính chất đường phân giác của tam giác ta có: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.



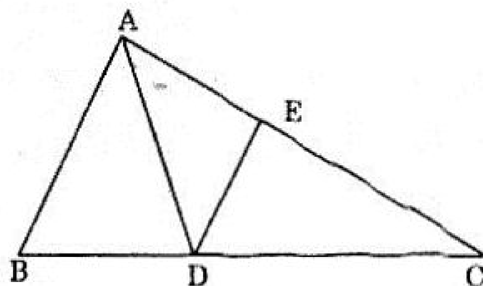
Nên: $\frac{DB}{DC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{DB}{1} = \frac{DC}{2} = \frac{DB + DC}{1+2} = \frac{BC}{3} = \frac{9}{3} = 3$

• $\frac{DB}{1} = 3 \Rightarrow DB = 3 \,.\, 1 = 3$ (cm)

• $\frac{DC}{2} = 3 \Rightarrow DC = 3 \,.\, 2 = 6$ (cm)

19. • Xét $\triangle ABC$, có AD là đường phân giác (gt), theo tính chất đường phân giác của tam giác, ta có: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$



Nên: $\frac{DB}{DC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{DC}{DC + BD} = \frac{3}{3+2}$ hay $\frac{DC}{BC} = \frac{3}{5}$

- Xét ΔABC có DE // AB (gt)

Theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có: $\frac{DE}{AB} = \frac{DC}{BC}$

Nên: $\frac{DE}{4} = \frac{3}{5}$

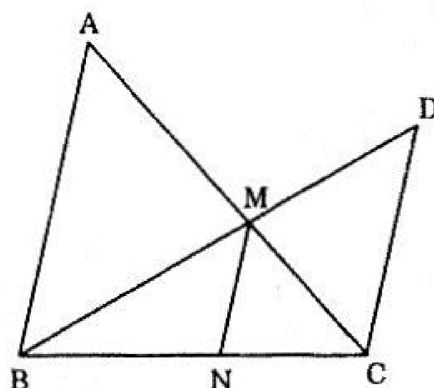
$\Rightarrow DE = \frac{3}{5} . 4 = 2{,}4$ (cm)

Vậy chọn D.

20. a) • Xét ΔABC có MN // AB (gt)

Theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{MN}{AB} = \frac{CN}{BC}$$



• Xét ΔBDC có MN // CD (gt)

Theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{MN}{DC} = \frac{BN}{BC}$$

b) Từ câu (a) ta có: $\frac{MN}{AB} = \frac{CN}{BC}$, $\frac{MN}{CD} = \frac{BN}{BC}$ và CN + BN = BC

Ta có: $\frac{MN}{AB} + \frac{MN}{CD} = \frac{CN + BN}{BC} \Leftrightarrow MN(\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}) = 1$

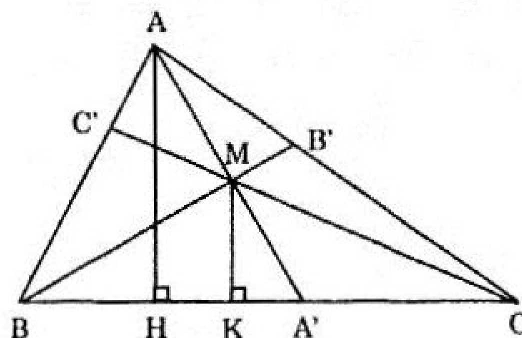
$$\Leftrightarrow \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{1}{MN}$$

21. a) AH $\perp$ BC (gt), MK $\perp$ BC (gt) $\Rightarrow$ AH // MK.

Xét $\Delta AA'H$ có MK // AH (cmt)

Theo hệ quả định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{MA'}{AA'} = \frac{MK}{AH}$$



Mà: $\dfrac{MK}{AH} = \dfrac{\dfrac{MK.BC}{2}}{\dfrac{AH.BC}{2}} = \dfrac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$

Do đó: $\dfrac{MA'}{AA'} = \dfrac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$

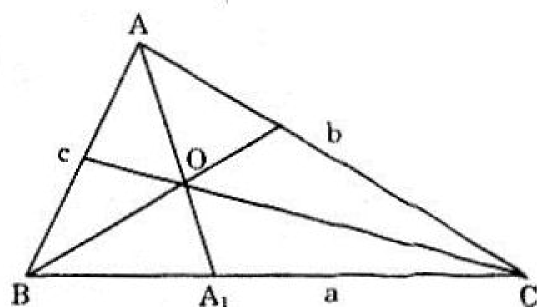
b) Theo câu (a) có: $\dfrac{MA'}{AA'} = \dfrac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$

Tương tự cũng có: $\dfrac{MB'}{BB'} = \dfrac{S_{MAC}}{S_{ABC}}$ và $\dfrac{MC'}{CC'} = \dfrac{S_{MAB}}{S_{ABC}}$

Mà: $S_{MBC} + S_{MAC} + S_{MAB} = S_{ABC}$

Do đó: $\dfrac{MA'}{AA'} + \dfrac{MB'}{BB'} + \dfrac{MC'}{CC'} = \dfrac{S_{MBC} + S_{MAC} + S_{MAB}}{S_{ABC}} = \dfrac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1$

22. • Xét ΔABC, có AA_1 là đường phân giác (gt), theo tính chất đường phân giác của tam giác, ta có:



$\dfrac{A_1B}{A_1C} = \dfrac{AB}{AC}$

$\Rightarrow \dfrac{A_1B}{AB} = \dfrac{A_1C}{AC} = \dfrac{A_1B + A_1C}{AB + AC}$

hay: $\dfrac{A_1B}{AB} = \dfrac{BC}{AB + AC}$

Ta có: $\dfrac{A_1B}{c} = \dfrac{a}{c + b} \Rightarrow A_1B = \dfrac{ac}{c + b}$

• Xét ΔABA_1 có BO là đường phân giác (gt), theo tính chất đường phân giác của tam giác, ta có:

$\dfrac{OA}{OA_1} = \dfrac{AB}{A_1B} \Leftrightarrow \dfrac{OA}{OA_1} = \dfrac{c}{\dfrac{ac}{c + b}} = \dfrac{b + c}{a}$

§4. KHÁI NIỆM HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

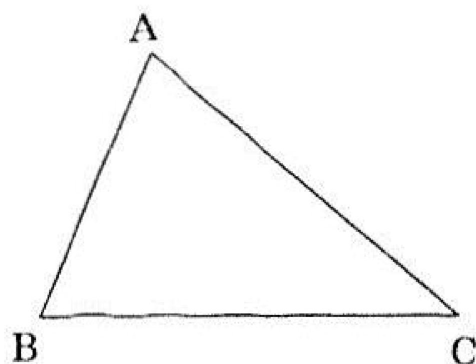
1. Tam giác đồng dạng:

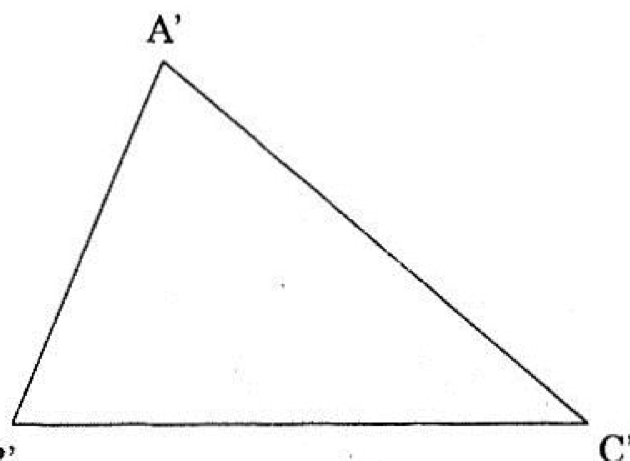
a) *Định nghĩa:* Tam giác A'B'C' gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu:

$\widehat{A'} = \widehat{A}; \widehat{B'} = \widehat{B}; \widehat{C'} = \widehat{C}$

$\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{C'A'}{CA}$

Tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC được kí hiệu là $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$.





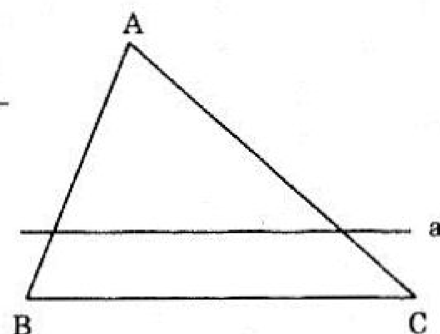
Tỉ số $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{C'A'}{CA} = k$ gọi là tỉ số đồng dạng

b) *Tính chất:*

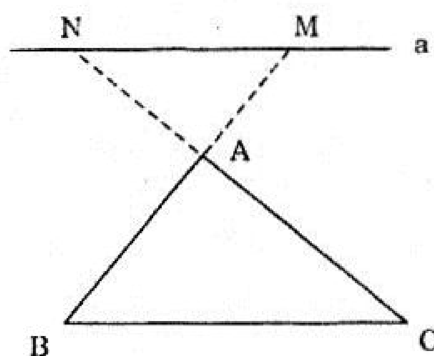
- $\Delta ABC \backsim \Delta ABC$
- Nếu $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$.
- Nếu $\Delta A'B'C' \backsim \Delta A''B''C''$ và $\Delta A''B''C'' \backsim \Delta ABC$ thì $\Delta A'B'C \backsim \Delta ABC'$.

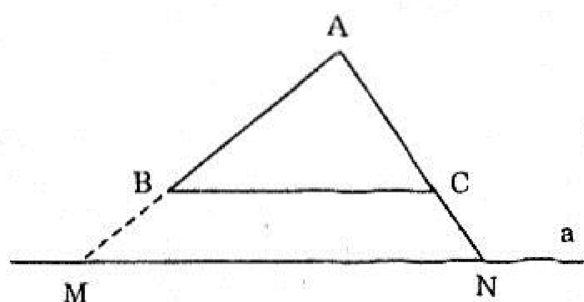
2. *Định lí:* Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

GT	ΔABC, MN // BC ($M \in AB$, $N \in AC$)
KL	$\Delta AMN \backsim \Delta ABC$



Chú ý: Định lí cũng đúng cho trường hợp đường thẳng a cắt phần kéo dài hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại.





B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

23. Chọn câu trả lời đúng:

A. Hai tam giác đồng dạng với nhau thì bằng nhau.

B. Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau.

C. Cả A và B đều đúng.

D. Cả A và B đều sai.

24. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C$. Chứng tỏ rằng: $\dfrac{CV(ABC)}{CV(A'B'C')} = \dfrac{AB}{A'B'}$.

Giải

23. Chọn B.

24. $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C' \Rightarrow \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'} \Rightarrow \dfrac{AB + AC + BC}{A'B' + A'C' + B'C'} = \dfrac{AB}{A'B'}$

Vậy $\dfrac{CV(ABC)}{CV(A'B'C')} = \dfrac{AB}{A'B'}$.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Cho tam giác ABC. D là điểm trên cạnh AB. Đường thẳng qua D song song với BC cắt AC tại E, đường thẳng qua D song song với AC cắt BC tại F.

Chứng minh rằng: $\Delta ADE \backsim \Delta DBF$.

Hướng dẫn – đáp số

$\Delta ADE \backsim \Delta ABC$, $\Delta ABC \backsim \Delta DBF$.

LUYỆN TẬP

25. Cho tam giác ABC, vẽ tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{5}$.

26. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ có $\widehat{A} = 50^0, \widehat{B} = 70^0$. Tính số đo $\widehat{DFE}$.

27. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{7}$.

a) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác ABC và DEF.

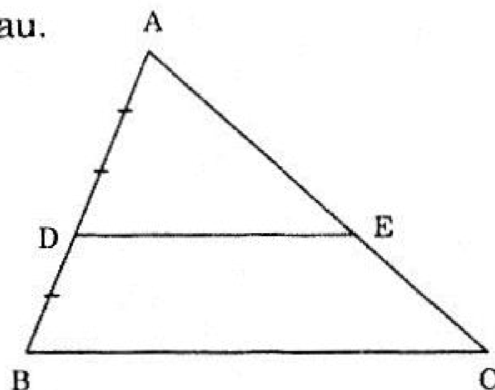
b) Cho biết tổng chu vi của hai tam giác là 180m. Tính chu vi của mỗi tam giác.

Giải

25. • Chia cạnh AB thành năm phần bằng nhau.

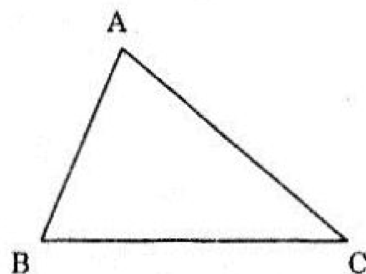
• Từ điểm D trên cạnh AB sao cho $AD = \frac{3}{5}AB$, kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC tại E,

Ta có: $\Delta ADE \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{5}$.



• Dựng tam giác A'B'C' bằng tam giác ADE.

Ta có: $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{5}$.



26. ΔABC có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^0$

Mà: $\widehat{A} = 50^0, \widehat{B} = 70^0$ (gt)

Do đó: $\widehat{C} = 180^0 - (50^0 + 70^0) = 60^0$

Ta có: $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$

$\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{DFE}$

Nên $\widehat{DFE} = 60^0$.

27. a) $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{7}$ (gt)

Nên $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{AB + AC + BC}{DE + DF + EF} = \frac{2}{7}$

Vậy $\frac{CV(ABC)}{CV(DEF)} = \frac{2}{7}$.

b) $\frac{CV(ABC)}{CV(DEF)} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{CV(ABC)}{2} = \frac{CV(DEF)}{7}$

Mà: $CV(ABC) + CV(DEF) = 180m$ (gt).

Do đó: $\frac{CV(ABC)}{2} = \frac{CV(DEF)}{7} = \frac{CV(ABC) + CV(DEF)}{2 + 7} = \frac{180}{9} = 20$

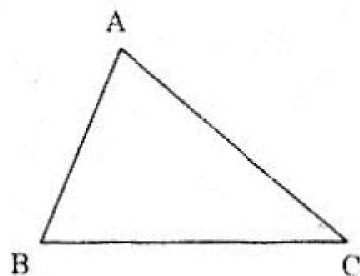
- $\frac{CV(ABC)}{2} = 20 \Rightarrow CV(ABC) = 20 \ . \ 2 = 40$ (m)
- $\frac{CV(DEF)}{7} = 20 \Rightarrow CV(DEF) = 20 \ . \ 7 = 140$ (m)

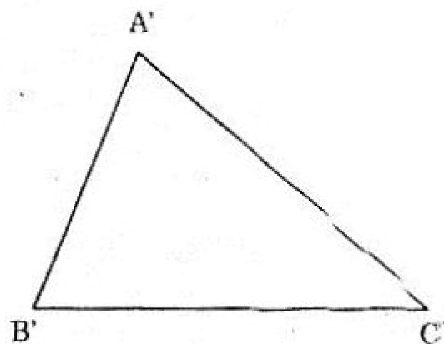
§5. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. *Định lí:* Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

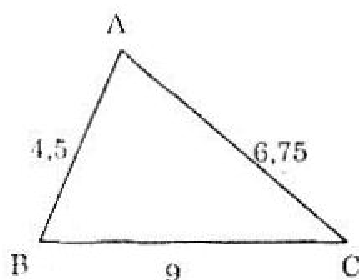
GT	ΔABC, $\Delta A'B'C'$ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$
KL	$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$

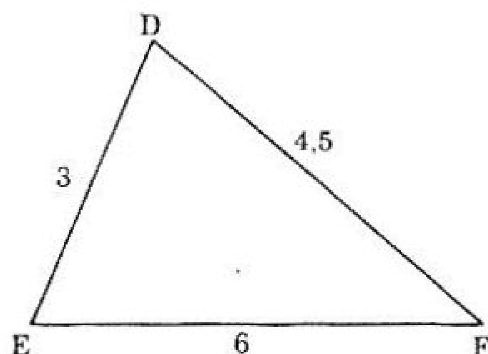




B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

28. Cho hai tam giác ABC và DEF có kích thước như trong hình dưới. ΔABC và ΔDEF có đồng dạng với nhau không? Vì sao?





29. Cho hai tam giác MNP và RSK có MN = 6cm, MP = 8cm, NP = 10cm, RS = 5cm, KR = 3cm, KS = 4cm. Chứng minh rằng $\widehat{MNP} = \widehat{KRS}$.

30. Cho hai tam giác ABC và DEF có: AB = 12cm, AC = 5cm, BC = 13cm, DE = 6cm, DF = 2,5cm, AC = 5cm, BC = 13cm, $\widehat{EDF} = 90^0$. Chứng minh rằng $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$.

Giải

28. Xét ΔABC và ΔDEF có: $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DF} = \dfrac{BC}{EF}$ $\left(\text{vì } \dfrac{4,5}{3} = \dfrac{6,75}{4,5} = \dfrac{9}{6}\right)$.

Do đó $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$

29. Xét ΔMNP và ΔKRS có: $\dfrac{MN}{KR} = \dfrac{MP}{KS} = \dfrac{NP}{RS}$ $\left(\text{Vì } \dfrac{6}{3} = \dfrac{8}{4} = \dfrac{10}{5}\right)$.

Do đó: $\Delta MNP \backsim \Delta KRS. \Rightarrow \widehat{MNP} = \widehat{KRS}$

30. ΔDEF có: $\widehat{EDF} = 90^0$ (gt)

Theo định lí Py-ta-go, ta có: $EF^2 = DE^2 + DF^2$

$$EF^2 = 6^2 + 2,5^2$$

$$EF^2 = 42,25$$

$$EF^2 = 6,5^2$$

Nên EF = 6,5cm

Xét ΔABC và ΔDEF có: $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DF} = \dfrac{BC}{EF}$ $\left(\text{Vì } \dfrac{12}{6} = \dfrac{5}{2,5} = \dfrac{13}{6,5}\right)$

Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta DEF \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{DFE}$.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Cho M là điểm tùy ý trong tam giác ABC. Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trọng tâm của các tam giác MBC, MCA, MAB. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$.

Hướng dẫn – đáp số

Gọi D, E, F lần lượt là giao điểm của MC_1 và AB, MA_1 và BC, MB_1 và AC.

Chứng minh được: $A_1B_1 = \frac{2}{3}$ EF, EF $= \frac{1}{2}$ AB, nên $A_1B_1 = \frac{1}{3}$ AB.

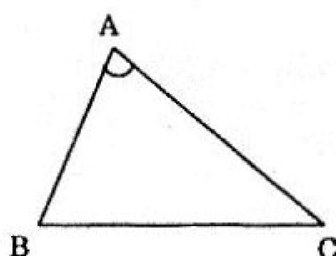
Tương tự: $A_1C_1 = \frac{1}{3}$ AC; $B_1C_1 = \frac{1}{3}$ BC.

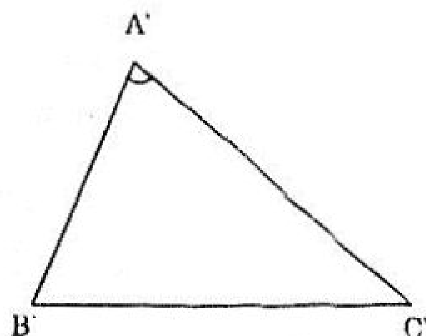
§6. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định lí: Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đồng dạng.

GT	ΔABC, $\Delta A'B'C'$ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$; $\widehat{A} = \widehat{A'}$
KL	$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$





B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

31. Trên một cạnh của góc xAy ($\widehat{xAy} \neq 180^0$), đặt các đoạn thẳng AB = 2cm, AC = 6 cm

Trên cạnh còn lại đặt các đoạn thẳng AD = 3cm, AE = 4cm.

a) Chứng minh rằng: $\Delta ABE \backsim \Delta ADC$.

b) Tính tỉ số $\frac{BE}{DC}$.

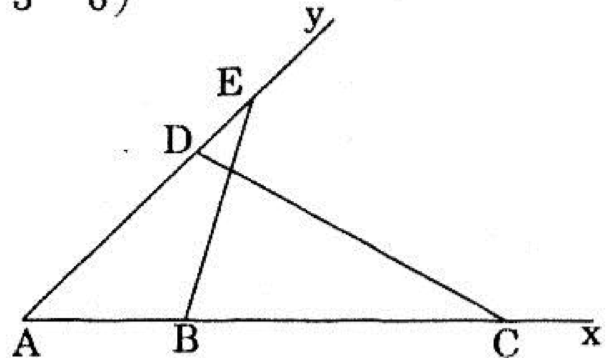
32. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$. AM, DN lần lượt là các đường trung tuyến của các tam giác ABC, DEF. Chứng minh rằng: $\frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN}$.

33. Cho hình thang ABCD (AB // CD), có $AC^2 = AB \cdot CD$.

Chứng minh rằng: $\Delta ABC \backsim \Delta CAD$.

Giải

31. a) ΔABE và ΔADC có $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC}$ $\left(\text{Vì } \frac{2}{3} = \frac{4}{6}\right)$ và $\widehat{BAE}$ chung



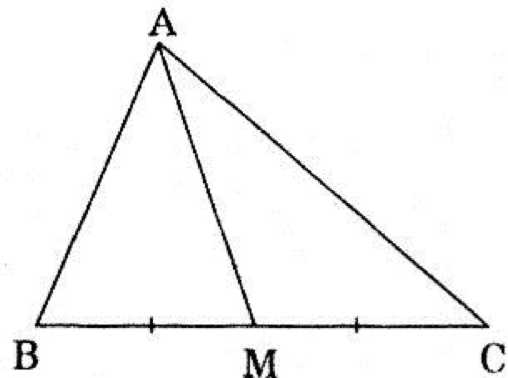
Do đó: $\Delta ABE \backsim \Delta ADC$.

b) $\Delta ABE \backsim \Delta ADC \Rightarrow \frac{BE}{DC} = \frac{AB}{AD}$

Vậy: $\frac{BE}{DC} = \frac{2}{3}$.

32. ΔABC có AM là đường trung tuyến

$\Rightarrow BM = \frac{BC}{2}$



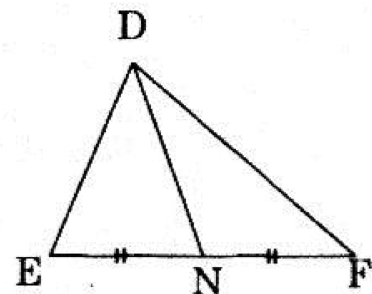
ΔDEF có DN là đường trung tuyến

$\Rightarrow EN = \frac{EF}{2}$

Do đó: $\frac{BM}{EN} = \frac{\frac{BC}{2}}{\frac{EF}{2}} = \frac{BC}{EF}$.

Ta có $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ (gt)

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ và $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

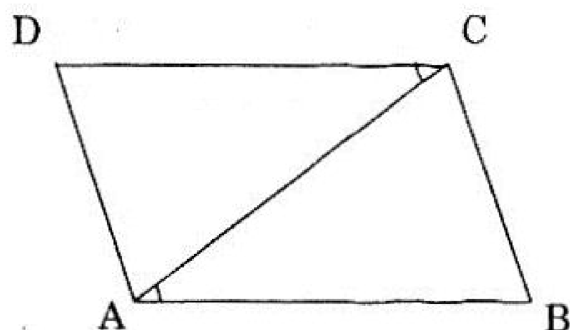


Xét ΔABM và ΔDEN có:

$\frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN} = \left(\frac{BC}{EF}\right)$, $\widehat{ABM} = \widehat{DEN}$

Do đó: $\Delta ABM \backsim \Delta DEN \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN}$.

33. AB // CD (gt) $\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ACD}$



Xét ΔABC và ΔCAD có:

$\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$

$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CD}$ (vì $AC^2 = AB \cdot CD$)

Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta CAD$.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

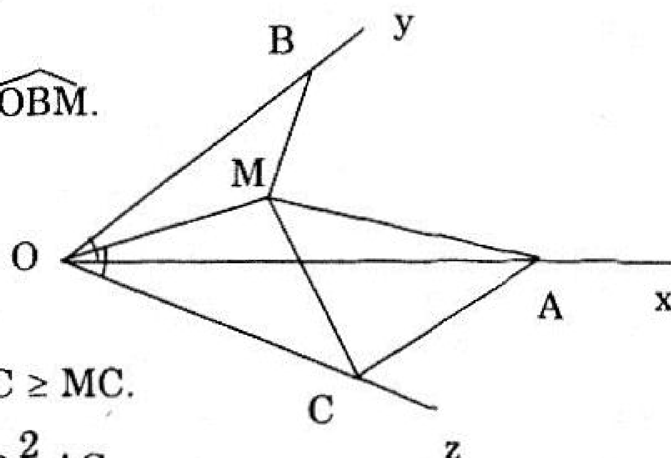
Cho góc nhọn xOy, M là điểm cố định nằm trong góc xOy. A và B lần lượt di động trên các tia Ox và Oy, sao cho 2OA = 3OB.

Xác định vị trí của A và B sao cho tổng 2MA + 3MB nhỏ nhất.

Hướng dẫn – đáp số

Dựng tia Oz sao cho $\widehat{MOz} = \widehat{xOy}$. Trên tia Oz lấy điểm C sao cho:

$\frac{OC}{OM} = \frac{3}{2} \Rightarrow$ C là điểm cố định.



Ta có: $\frac{OC}{OM} = \frac{OA}{OB} \left(= \frac{3}{2}\right)$; $\widehat{AOC} = \widehat{OBM}$.

Do đó: $\Delta OAC \backsim \Delta OBM$

$\Rightarrow \frac{AC}{MB} = \frac{3}{2} \Rightarrow MB = \frac{2}{3}AC$

Xét ba điểm M, A, C có: $MA + AC \geq MC$.

Do đó: $2MA + 3MB = 2MA + 3\frac{2}{3}AC$

$= 2(MA + AC) \geq 2BC$; không đổi

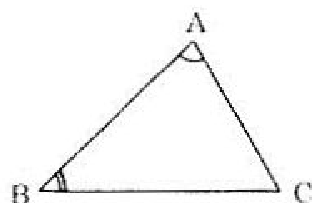
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ A nằm giữa M và C.

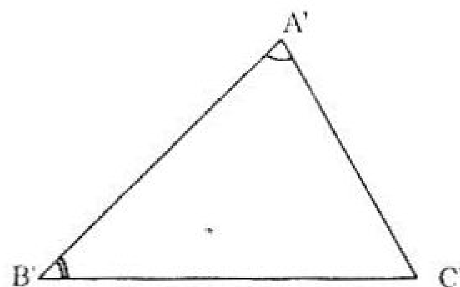
§7. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định lí: Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

GT	ΔABC, $\Delta A'B'C'$ $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$
KL	$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$





B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

34. Cho ΔABC và ΔDEF có $\widehat{A} = 50^0$, $\widehat{B} = 60^0$, $\widehat{D} = 50^0$, $\widehat{E} = 70^0$.

Chứng minh rằng hai tam giác ABC và DEF đồng dạng.

35. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$. BM và EN lần lượt là các đường phân giác của các tam giác ABC, DEF. Chứng minh rằng $\dfrac{BM}{EN} = \dfrac{AB}{DE}$.

36. Cho hình thang ABCD có AB // CD và $\widehat{BAD} = \widehat{DBC}$.

Chứng minh rằng: $BD^2 = AB \cdot CD$

Giải

34. ΔABC có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^0$; $\widehat{A} = 50^0$, $\widehat{B} = 60^0$ (gt)

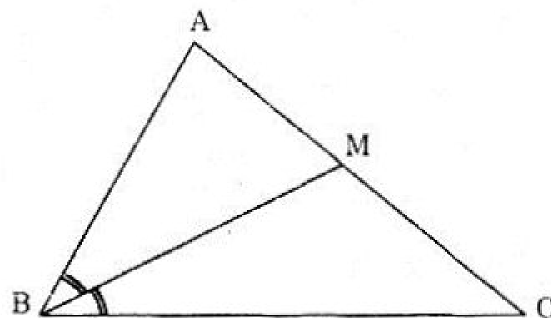
Nên: $\widehat{C} = 180^0 - (50^0 + 60^0) = 70^0$

Xét ΔABC và ΔDEF có: $\widehat{A} = \widehat{D}$ $(= 50^0)$; $\widehat{C} = \widehat{E}$ $(= 70^0)$

Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$.

35. $\widehat{ABM} = \dfrac{1}{2}\widehat{ABC}$ (BM là đường phân giác của ΔABC).

$\widehat{DEN} = \dfrac{1}{2}\widehat{DEF}$ (EN là đường phân giác của ΔDEF)



$\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ (gt)

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{DEF}$, $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$

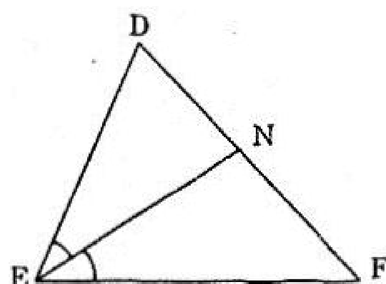
Do đó: $\widehat{ABM} = \widehat{DEN}$ và $\widehat{BAM} = \widehat{EDN}$

Xét ΔABM và ΔDEN có:

$\widehat{ABM} = \widehat{DEN}$, $\widehat{BAM} = \widehat{EDN}$

Do đó: $\Delta ABM \backsim \Delta DEN$

$\Rightarrow \dfrac{BM}{EN} = \dfrac{AB}{DE}$.



36. Xét ΔABD và ΔBDC có:

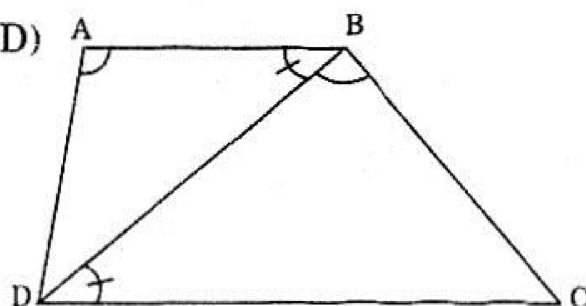
$\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$ (gt)

$\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ (so le trong và AB // CD)

Do đó: $\Delta ABD \backsim \Delta BDC$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{BD} = \dfrac{BD}{CD}$

$\Rightarrow BD^2 = AB \,.\, CD$



C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

1. Cho tam giác ABC, CD là đường phân giác của tam giác này.
Chứng minh rằng $CD^2 < CA \,.\, CB$.

2. Cho tam giác ABC, AD là đường phân giác trong của góc BAC, $D \in BC$.
Chứng minh rằng $AD^2 = AB \,.\, AC - DB \,.\, DC$.

Hướng dẫn – đáp số

1. Ta có $\widehat{ADC} > \widehat{B}$ ($\widehat{ADC}$ là góc ngoài của ΔDBC)

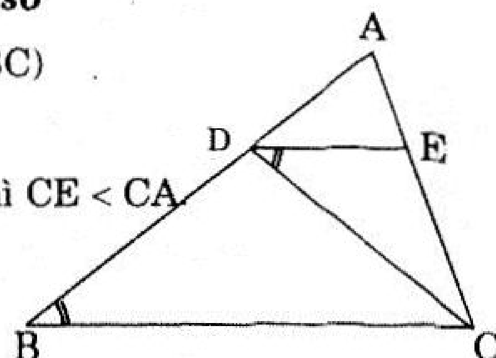
Vẽ tia DE sao cho:

$\widehat{EDC} = \widehat{B}$, $E \in AC$ (vì $\widehat{ADC} = \widehat{B} + \widehat{BCD}$), thì $CE < CA$

$\Rightarrow \dfrac{CD}{CE} = \dfrac{CB}{CD}$

$\Rightarrow CD^2 = CE.CB$

Suy ra: $CD^2 < CA \,.\, CB$



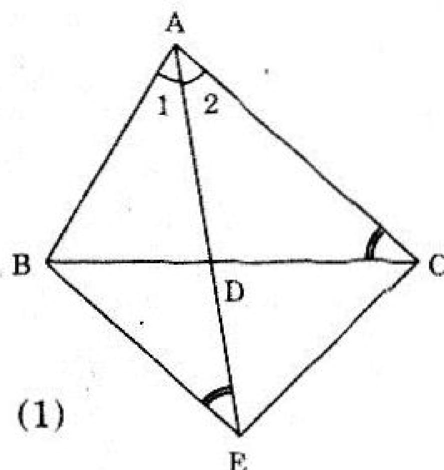
2. Trên tia AD lấy điểm E sao cho $\widehat{AEB} = \widehat{ACB}$.

Chứng minh được: $\Delta ABE \backsim \Delta ADC$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AE}{AC} \Rightarrow AB \,.\, AC = AE \,.\, AD$

$\Rightarrow AB \,.\, AC = (AD + DE)AD$

$= AD^2 + AD \,.\, DE \qquad (1)$



Ta còn chứng minh được: $\Delta DBE \backsim \Delta DAC$

$\Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{DE}{DC} \Rightarrow DA . DE = DB . DC$ (2)

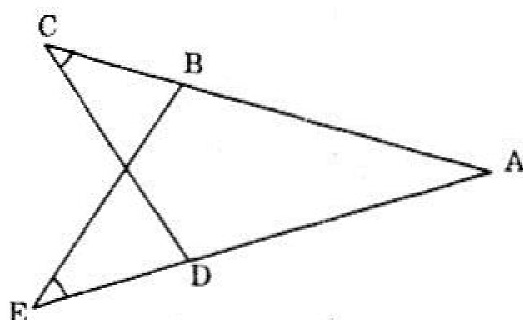
Từ (1) và (2) ta suy ra: $AD^2 = AB . AC - DB . DC$

LUYỆN TẬP

37. Cho hình bên, $\widehat{ACD} = \widehat{AEB}$.

Chứng minh rằng:

$AB . AC = AD . AE$.

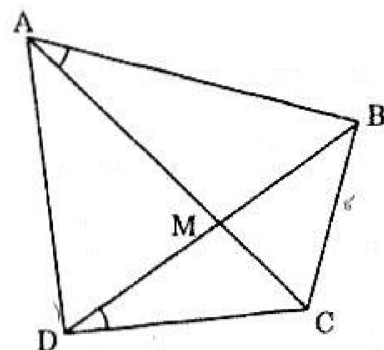


38. Cho hình bên, $\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$

Chứng minh rằng:

a) $MA . MC = MB . MD$

b) $\Delta MAD \backsim \Delta MBC$



39. Chọn câu trả lời đúng.

Cho $\Delta MNP \backsim \Delta EFH$ theo tỉ số k, MI và EF lần lượt là hai đường trung tuyến của tam giác MNP, EFH. Ta chứng minh được:

A. $\frac{EF}{MI} = k$ C. $\frac{MI}{EF} = k^2$

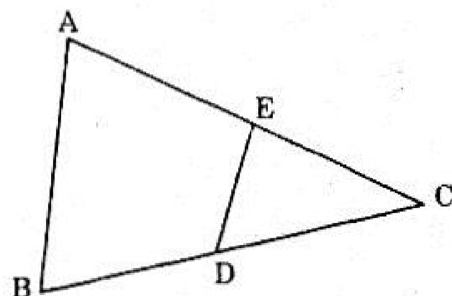
B. $\frac{MI}{EF} = k$ D. $\frac{EF}{MI} = k^2$

40. Cho hình bên, có:

$CE . CA = CD . CB$

Chứng minh rằng:

$\Delta CED \backsim \Delta CBA$



41. Chọn câu trả lời đúng.

Cho tam giác ABC có: AB = 4,5cm, AC = 3cm. M là điểm trên cạnh AB sao cho $\widehat{ACM} = \widehat{ABC}$. Ta có:

A. AM = 2cm B. AB = 3cm C. AM = 4cm D. AM = 1,5cm

42. Cho hình bình hành ABCD. Đường thẳng qua A cắt cạnh BC ở E, cắt tia DC ở F. Trong hình vẽ đã cho có bao nhiêu cặp tam giác đồng dạng với nhau? Hãy viết các cặp tam giác đồng dạng với nhau theo các đỉnh và giải thích vì sao?

43. Cho hai tam giác ABC và A'B'C' có: $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{C} = \widehat{C'}$, AB = 3cm, A'B' = 6cm, AC + A'C' = 12cm.

a) Tính tỉ số $\frac{BC}{B'C'}$.

b) Tính độ dài các cạnh AC, A'C'.

44. Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao BD và CE.

Chứng minh rằng: $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$.

Giải

37. Xét ΔABE và ΔADC có: $\widehat{BAE}$ chung, $\widehat{AEB} = \widehat{ACD}$ (gt)

Do đó: $\Delta ABE \backsim \Delta ADC \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AB\,.\,AC = AD\,.\,AE$

38. a) Xét ΔMAB và ΔMDC có: $\widehat{MAB} = \widehat{MDC}$ (gt), $\widehat{AMB} = \widehat{DMC}$ (đối đỉnh)

Do đó: $\Delta MAB \backsim \Delta MDC \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} \Rightarrow MA\,.\,MC = MB\,.\,MD$

b) Xét ΔMAD và ΔMBC có:

$\widehat{AMD} = \widehat{BMC}$ (đối đỉnh)

$\frac{MA}{MB} = \frac{MD}{MC}$ $\left(\text{Vì } \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC}\right)$

Do đó: $\Delta MAD \backsim \Delta MBC$.

39. Chọn B.

40. Ta có: CE . CA = CD . CB (gt) $\Rightarrow \frac{CE}{CB} = \frac{CD}{CA}$

Xét ΔCED và ΔCBA có: $\widehat{ECD}$ chung; $\frac{CE}{CB} = \frac{CD}{CA}$

Do đó $\Delta CED \backsim \Delta CBA$.

41. Xét ΔABC và ΔACM có:

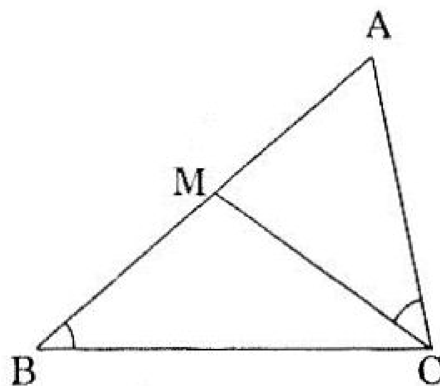
$\widehat{BAC}$ chung, $\widehat{ABC} = \widehat{ACM}$ (gt).

Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta ACM$.

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AC}{AM}$, nên $\dfrac{4,5}{3} = \dfrac{3}{AM}$

$\Rightarrow AM = \dfrac{3.3}{4,5} = 2$ (cm).

Vì vậy chọn A.

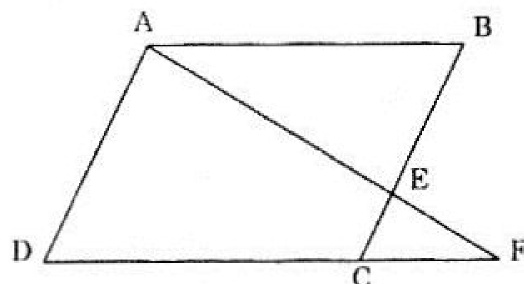


42. • Xét ΔAEB và ΔEFC có:

$\widehat{AEB} = \widehat{FEC}$ (đối đỉnh),

$\widehat{EAB} = \widehat{EFC}$ (so le trong và AB // CD)

Do đó: $\Delta AEB \backsim \Delta FEC$.



• Xét ΔEAB và ΔADF có:

$\widehat{AEB} = \widehat{DAF}$ (so le trong và AD // BC)

$\widehat{EAB} = \widehat{AFD}$ (so le trong và AB // DC)

Do đó $\Delta EAB \backsim \Delta AFD$.

• Xét ΔADFvà ΔECF có:

$\widehat{AFD}$ chung

$\widehat{ADF} = \widehat{ECF}$ (đồng vị và AD // BC)

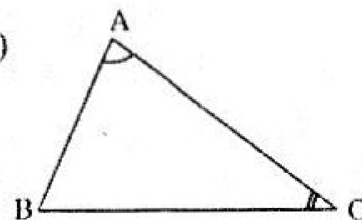
Do đó $\Delta ADF \backsim \Delta ECF$.

43. a) Xét ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có: $\widehat{A} = \widehat{A'}$(gt), $\widehat{C} = \widehat{C'}$ (gt)

Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BC}{B'C'}$

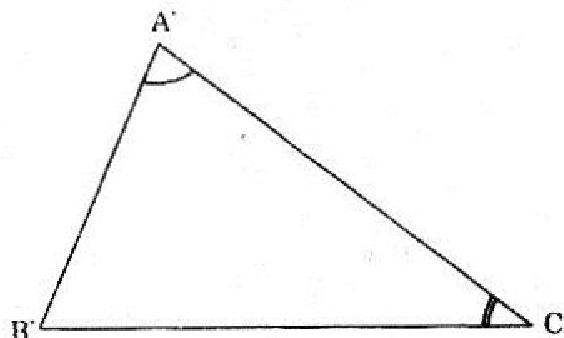
Suy ra: $\dfrac{BC}{B'C'} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$.



b) Ta có: AC + A'C' = 12cm (gt)

Từ $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'}$



Suy ra: $\frac{AC}{A'C'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AC}{1} = \frac{A'C'}{2} = \frac{AC + A'C'}{1+2} = \frac{12}{3} = 4$

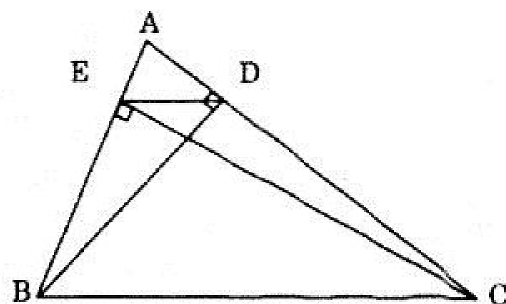
• $\frac{AC}{1} = 4 \Rightarrow AC = 4 \,.\, 1 = 4$ (cm)

• $\frac{A'C'}{1} = 4 \Rightarrow A'C' = 4 \,.\, 2 = 8$ (cm)

44. Xét ΔABD và ΔACE có: $\widehat{BAD}$ chung, $\widehat{ADB} = \widehat{AEC}$ $(= 90^0)$

Do đó: $\Delta ABD \backsim \Delta ACE$

$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$



Xét ΔABC và ΔADE có:

$\widehat{BAC}$ chung, $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

Do đó $\Delta ABC \backsim \Delta ADE \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ADE}$.

§8. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Áp dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vào tam giác vuông:

Hai tam giác vuông đồng dạng với nhau nếu:

a) Tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia.

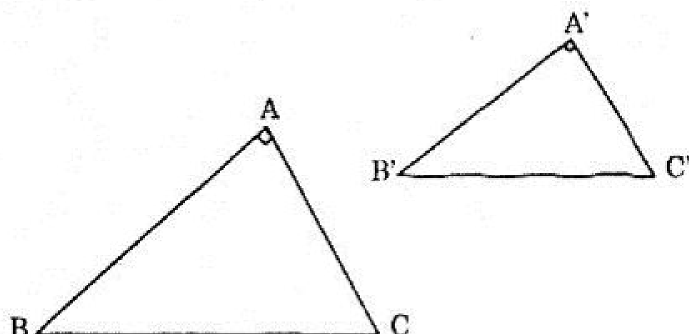
Hoặc:

b) Tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia.

2. Dấu hiệu đặc biệt nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng:

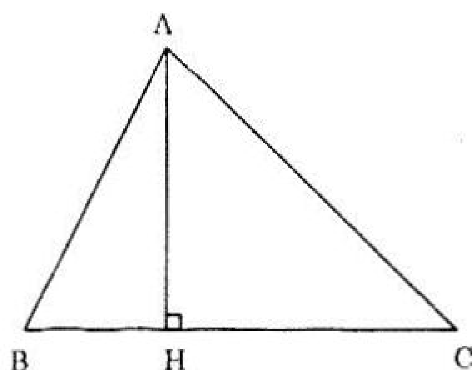
Định lí 1: Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác này tỉ lệ với cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

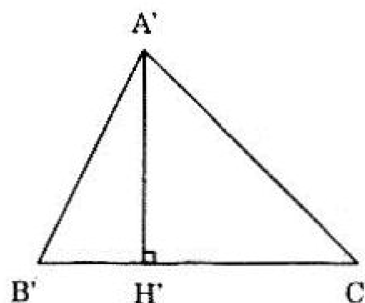
GT	ΔABC, $\Delta A'B'C'$ $\widehat{A} = \widehat{A'} = 90^0$ $\frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{A'B'}$
KL	$\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$



3. Tỉ số hai đường cao, tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng:

Định lí 2: Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.





Định lí 3: Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

45. Cho tam giác ABC vuông tại A. Điểm D trên cạnh AC. Đường thẳng qua D vuông góc với BC tại E cắt AB tại F. Chứng minh rằng:

a) $\Delta DAF \backsim \Delta DEC$

b) $\Delta ABC \backsim \Delta EDC$

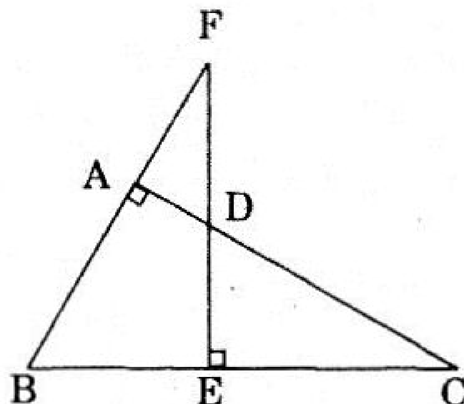
c) $\Delta ABC \backsim \Delta EBF$

46. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ có AB = 6cm, AC = 8cm, BC = 10cm, $S_{DEF} = 6cm^2$. Tính độ dài các cạnh của tam giác DEF.

47. Cho tam giác nhọn ABC có BD và CE là hai đường cao cắt nhau tại H. Chứng minh rằng:

a) HB . HD = HC . HE   b) AB . AE = AC . AD.

Giải



45. a) Xét ΔDAF ($\widehat{DAF} = 90^0$) và ΔDEC ($\widehat{DEC} = 90^0$) có:

$\widehat{ADF} = \widehat{EDC}$ (đối đỉnh)

Do đó: $\Delta DAF \backsim \Delta DEC$.

b) Xét ΔABC ($\widehat{BAC} = 90^0$) và ΔEDC ($\widehat{DEC} = 90^0$) có $\widehat{ACB}$ chung

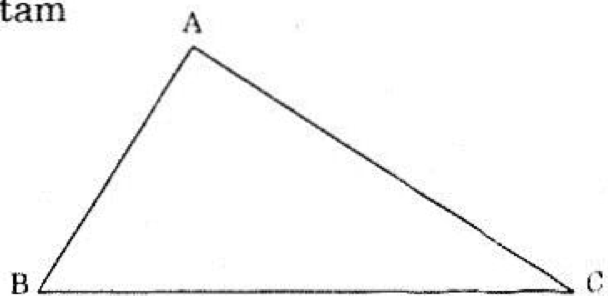
Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta EDC$.

c) Xét ΔABC ($\widehat{BAC} = 90^0$) và ΔEBF ($\widehat{BEF} = 90^0$) có $\widehat{ABC}$ chung.

Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta EBF$.

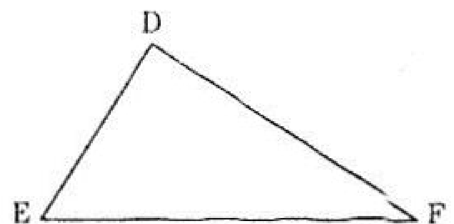
46. ΔABC có: $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ($6^2 + 8^2 = 10^2$)

Theo định lí Py-ta-go đảo, tam giác ABC vuông tại A nên:



$$S_{ABC} = \frac{AB.AC}{2} = 24\ (cm^2)$$

$\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ (gt)



$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2$$

Nên: $\dfrac{24}{6} = \left(\dfrac{6}{DE}\right)^2$

$\Rightarrow \dfrac{6}{DE} = 2 \Rightarrow DE = 3$ (cm).

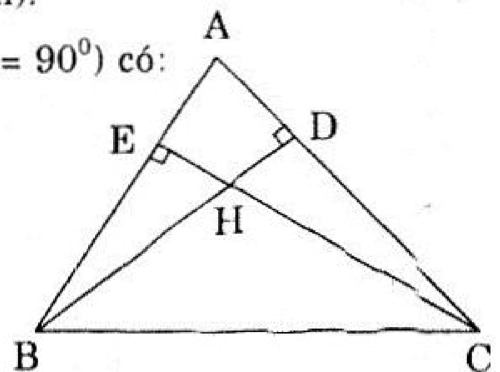
$\Delta ABC \backsim \Delta DEF$, nên: $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DF} = \dfrac{BC}{EF}$.

Ta có: $\dfrac{6}{3} = \dfrac{8}{DF} = \dfrac{10}{EF}$.

$\Rightarrow DF = 8 : 2 = 4$ (cm); $EF = 10 : 2 = 5$ (cm).

47. a) Xét ΔADB ($\widehat{ADB} = 90^0$) và ΔAEC ($\widehat{AEC} = 90^0$) có:

$\widehat{DAB}$ chung $\Rightarrow \Delta ADB \backsim \Delta AEC$



Do đó: $\dfrac{AD}{AE} = \dfrac{AB}{AC}$

$\Rightarrow AB . AE = AC . AD$

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao BD và CE cắt nhau tại H.

Chứng minh rằng: $BH . BD + CH . CE = BC^2$

Hướng dẫn – đáp số

Vẽ $HF \perp BC$, $F \in BC$.

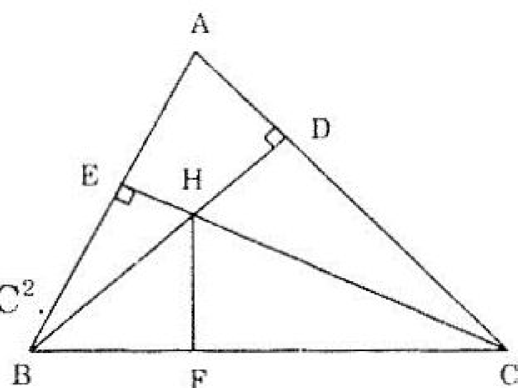
$\Delta BFH \backsim \Delta BDC$

$\Rightarrow \dfrac{BF}{BD} = \dfrac{BH}{BC}$

$\Rightarrow BH \,.\, BD = BC \,.\, BF.$

Tương tự: $CH \,.\, CE = BC \,.\, FC$

Từ đó ta có được: $BH \,.\, BD + CH \,.\, CE = BC^2$.



LUYỆN TẬP

48. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Chứng minh rằng:

a) $AB^2 = BH \,.\, BC$ b) $AH^2 = BH \,.\, HC$

49. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH có AB = 8cm, AC = 6cm. Tính BC, BH.

50. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH có BH = 5,4cm và HC = 9,6cm. Tính AH, diện tích tam giác ABC.

51. Cho hai tam giác nhọn ABC, A'B'C'. Hai đường cao lần lượt là AH, A'H'. Biết rằng: $\dfrac{A'H'}{A'B'} = \dfrac{AH}{AB}$ và $\dfrac{A'H'}{A'C'} = \dfrac{AH}{AC}$.

Chứng minh rằng: a) $\Delta HAB \backsim \Delta H'A'B'$, $\Delta HAC \backsim \Delta H'A'C'$

b) $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$.

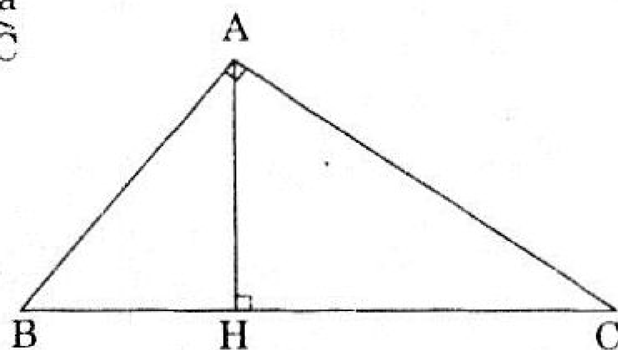
Giải

48. a) Xét ΔABC ($\widehat{BAC} = 90^0$) và ΔHBA ($\widehat{BHA} = 90^0$) có $\widehat{ABC}$ chung

Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{BH} = \dfrac{BC}{AB}$

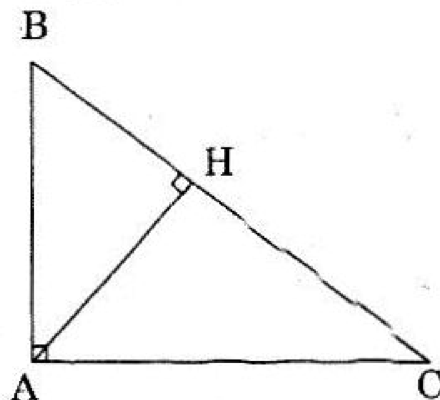
$\Rightarrow AB^2 = BH \,.\, BC.$



b) Xét ΔBHA ($\widehat{BHA} = 90^0$) và ΔHAC ($\widehat{AHC} = 90^0$) có $\widehat{HBA} = \widehat{HAC}$ (cùng phụ với góc ACB).

Do đó: $\Delta HBA \;\; \Delta HAC \Rightarrow \dfrac{BH}{AH} = \dfrac{AH}{HC} \Rightarrow AH^2 = BH \,.\, HC$

49. ΔABC vuông tại A (gt), theo định lí Py-ta-go ta có:



$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 8^2 + 6^2$

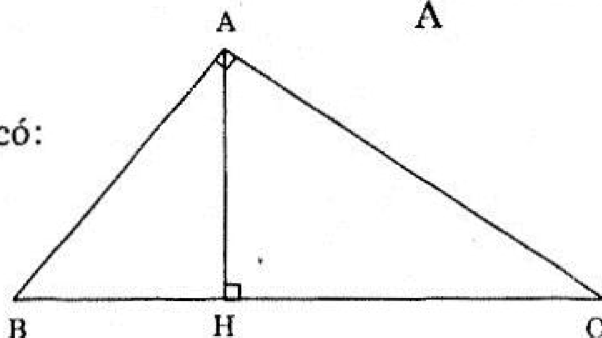
$BC^2 = 10^2$ (cm)

Áp dụng bài 49(a) ta có:

$AB^2 = BH \cdot BC$

$8^2 = BH \cdot 10$

$BH = 6,4$ (cm)



50. Áp dụng bài 49(b) ta có:

$AH^2 = BH \cdot HC$

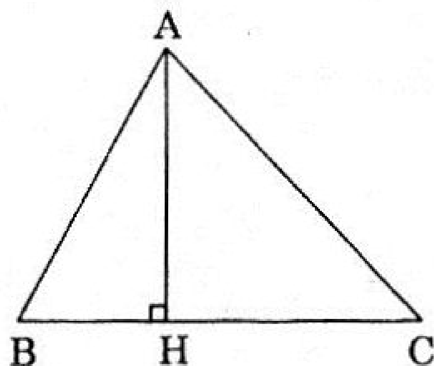
$AH^2 = 5,4 \cdot 9,6$

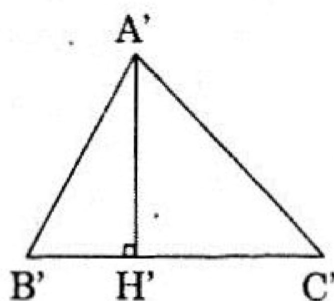
$AH = 7,2$ (cm)

Mà: $BC = BH + HC = 5,4 + 9,6 = 15$ (cm)

Do đó: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 7,2 \cdot 15 = 54$ (cm^2).

51.





a) • Xét ΔHAB ($\widehat{AHB} = 90^0$) và $\Delta H'A'B'$ ($\widehat{A'H'B'} = 90^0$) có:

$$\frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} \left(\text{Vì } \frac{A'H'}{A'B'} = \frac{AH}{AB}\right) \Rightarrow \Delta HAB \backsim \Delta H'A'B'$$

• Xét ΔHAC ($\widehat{AHC} = 90^0$) và $\Delta H'A'C'$ ($\widehat{A'H'C'} = 90^0$) có:

$$\frac{AH}{A'H'} = \frac{AC}{A'C'} (\text{vì } \frac{A'H'}{A'C'} = \frac{AH}{AC})$$

Do đó $\Delta HAC \backsim \Delta H'A'C'$.

b) $\Delta HAB \backsim \Delta H'A'B' \Rightarrow \widehat{HBA} = \widehat{H'B'A'}$

$\Delta HAC \backsim \Delta H'A'C \Rightarrow \widehat{HCA} = \widehat{H'C'A'}$

Xét ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có: $\widehat{HBA} = \widehat{H'B'A'}$, $\widehat{HCA} = \widehat{H'C'A'}$

Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$.

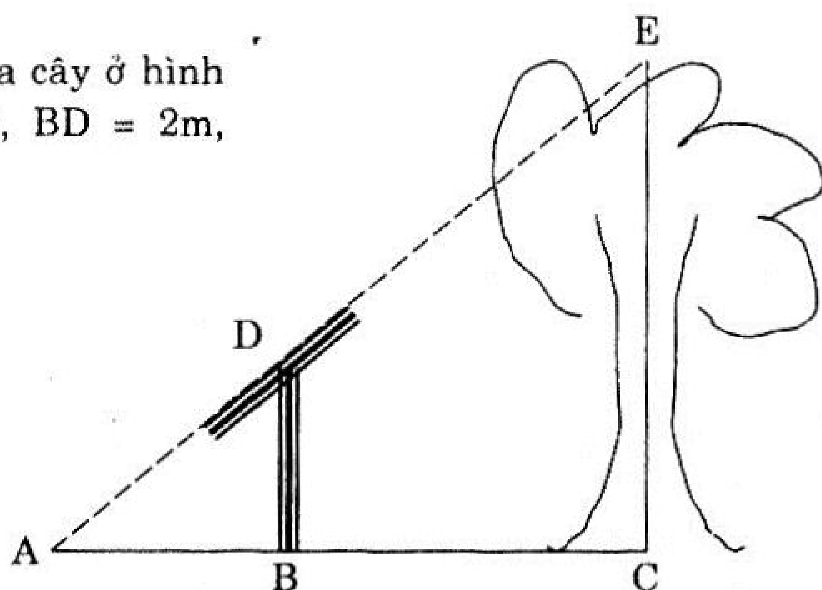
§9. ỨNG DỤNG THỰC TẾ CỦA TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

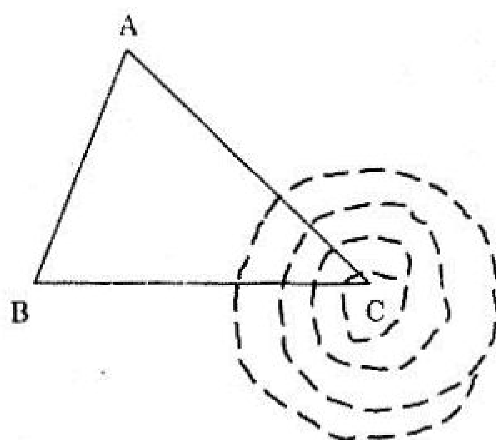
Nhờ vào kiến thức tam giác đồng dạng giúp đo gián tiếp chiều cao của vật, đo khoảng cách giữa hai địa điểm, trong đó có một địa điểm không thể tới được.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

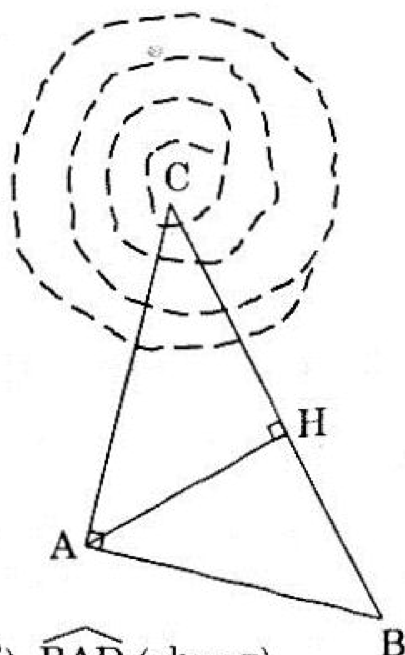
52. Tính chiều cao CE của cây ở hình bên, biết: AC = 6m, BD = 2m, AB = 2,4m.



53. Hãy trình bày cách đo khoảng cách AC, BC trong đó địa điểm C có ao hồ bọc không thể tới được. *(xem hình bên dưới)*



54. Để đo khoảng cách từ địa điểm B đến điểm C có ao hồ bao bọc. Người ta giáng đường thẳng BC, lấy trên đoạn thẳng BC điểm H. Trên đường thẳng vuông góc với BC tại H, xác định điểm A, sao cho $\widehat{BAC} = 90^0$. Biết AB = 30m, BH = 18m. Tính độ dài BC. (*xem hình bên dưới*)



Giải

52. Xét ΔABD và ΔACE có: $\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$ $(= 90^0)$, $\widehat{BAD}$ (chung)

Do đó: $\Delta ABD \backsim \Delta ACE$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BD}{CE}$ nên $\dfrac{2,4}{6} = \dfrac{2}{CE} \Rightarrow CE = \dfrac{2.6}{2,4}$.

Vậy CE = 5m.

53. • Tiến hành đo đạc:

– Đo độ dài AB.

– Dùng thước đo góc, đo các góc BAC, ABC.

• Tính khoảng cách AC, BC:

Vẽ trên giấy tam giác A'B'C' với $\widehat{A'} = \widehat{A}$; $\widehat{B'} = \widehat{B}$. Đo độ dài A'B', A'C', B'C'. $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ ($\widehat{A} = \widehat{A'}$; $\widehat{B} = \widehat{B'}$).

Do đó: $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BC}{B'C'} = \dfrac{AC}{A'C'}$.

Biết độ dài AB, A'B', B'C', A'C' nên tính được AC, BC.

54. Xét ΔABC và ΔHBA có: $\widehat{BAC} = \widehat{AHB}$ $(= 90^0)$, $\widehat{ABC}$ chung.

Do đó: $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{BH} = \dfrac{BC}{AB}$ nên $\dfrac{30}{18} = \dfrac{BC}{30} \Rightarrow BC = \dfrac{30.30}{18}$.

Vậy BC = 50m.

ÔN TẬP CHƯƠNG III

56. Chọn câu trả lời đúng.

Tỉ số của hai đoạn thẳng AB = 60dm và CD = 180cm là:

A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{3}{10}$

57. Chọn câu trả lời sai.

Cho biết $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$ ta suy ra được:

A. AB . GH = CD . EF

B. $\frac{AB}{CD} = \frac{AB + EF}{CD + GH}$

C. $\frac{AB}{AB + CD} = \frac{EH}{EF + GH}$

D. $\frac{AB}{CD} = \frac{AB.EF}{CD.GH}$

58. Chọn câu trả lời đúng và đầy đủ.

Cho điểm M nằm trong tam giác ABC. Lấy điểm D trên đoạn thẳng MA. Đường thẳng qua D song song với AB, cắt MB tại E, đường thẳng qua E song song với BC cắt MC ở F. Ta có:

A. MD . MB = ME . MA

B. DE // BC

C. Cả A, B đều đúng

D. A đúng, B sai

59. Xác định tỉ số của hai đoạn thẳng AB và A'B' trong trường hợp:

53AB = 7A'B'

60. Cho tam giác ABC có AB = 4,5cm, AC = 6cm. Các điểm D, E lần lượt trên các cạnh AB, AC sao cho: AD = 1,5cm, AE = 2cm.

a) Chứng minh rằng: DE // BC.

b) M là điểm trên cạnh BC sao cho BM = 2MC. AM cắt DE tại N.

Chứng minh rằng: DN = 2NE.

61. Cho hình thang ABCD (AB // DC). E là giao điểm của AD và BC, F là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng: đường thẳng EF đi qua trung điểm của AB và qua trung điểm của DC.

62. Cho hình chữ nhật ABCD có AD = m . DC (m > 0). M là điểm trên cạnh AB. Tia phân giác góc CDM cắt BC tại E.

Chứng minh rằng: DM + AM + m . EC

Giải

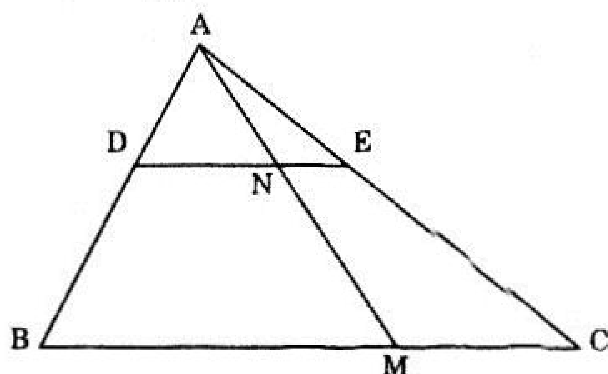
56. Chọn C.

57. Chọn D.

58. Chọn D.

59. $53AB = 7A'B' \Rightarrow \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{7}{53}$.

Vậy tỉ số của hai đoạn thẳng AB và A'B' là $\dfrac{7}{53}$.



60. a) Ta có: $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$ (1)

$\left(\text{Vì } \dfrac{1,5}{4,5} = \dfrac{2}{6}\right)$

Xét ΔABC có $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$

Theo định lí Ta–lét đảo ta có: DE // BC.

b) Xét ΔAMC có NE // MC (DE // BC)

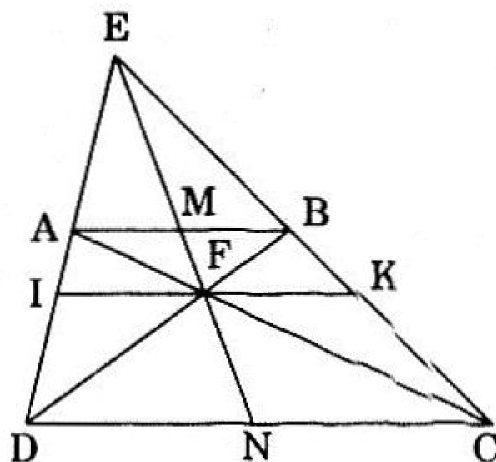
Nên $\dfrac{NE}{MC} = \dfrac{AE}{AC}$ (2)

Xét ΔABM có DN // BM (DE // BC)

Nên $\dfrac{DN}{BM} = \dfrac{AD}{AB}$ (3)

Từ (1) và (2) và (3) có: $\dfrac{DN}{BM} = \dfrac{NE}{MC}$

Mà BM = 2MC (gt), nên DN = 2NE.



61. Qua F vẽ đường thẳng song song với DC cắt AD tại I, cắt BC tại K, vì IK // DC, AB // DC (gt) nên IK // AB. ΔFAB có AB // DC

Nên: $\dfrac{AF}{CF} = \dfrac{BF}{DF}$ (hệ quả của định lí Ta-lét)

$\Rightarrow \dfrac{AF}{AF + CF} = \dfrac{BF}{BF + DF}$ hay $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{BF}{DF}$

ΔADC có IF // DC, nên $\dfrac{IF}{DC} = \dfrac{AF}{AC}$ (hệ quả của định lí Ta-lét)

ΔBDC có FK // DC, nên $\dfrac{FK}{DC} = \dfrac{BF}{DF}$ (hệ quả của định lí Ta-lét).

Suy ra: IF = FK.

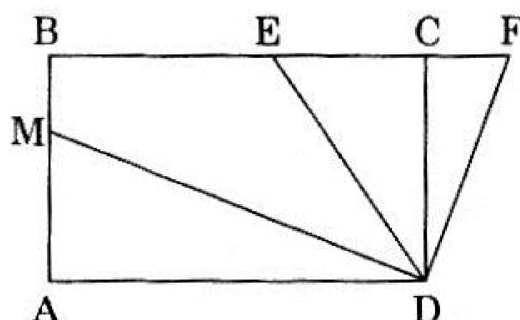
ΔEDN có IF // DN, nên $\dfrac{IF}{DN} = \dfrac{EF}{EN}$ (hệ quả của định lí Ta-lét).

ΔECN có FK // NC, nên $\dfrac{FK}{NC} = \dfrac{EF}{EN}$ (hệ quả của định lí Ta-lét).

Do đó: $\dfrac{IF}{DN} = \dfrac{FK}{NC}$, mà IF = FK $\Rightarrow$ DN = NC.

Chứng minh tương tự ta cũng có: AM = MB.

62. Tứ giác ABCD là hình chữ nhật



$\Rightarrow \widehat{DCB} = 90^0 \Rightarrow \widehat{DCF} = 90^0$

Trên tia đối của CB lấy điểm F sao cho AM = m . CF

Xét ΔDCF và DAM có:

$\dfrac{DC}{AD} = \dfrac{CF}{AM}\left(= \dfrac{1}{m}\right)$, $\widehat{DCF} = \widehat{DAM}$ (= 90^0)

Do đó $\Delta DCF \backsim \Delta DAM$

$\Rightarrow \dfrac{DF}{DM} = \dfrac{DC}{AD} = \dfrac{1}{m}$, $\widehat{DCF} = \widehat{ADM}$

$\Rightarrow$ DM = m . DF

$\widehat{CDF} + \widehat{EDC} = \widehat{ADM} + \widehat{MDE}$

Ta có: $\widehat{EDF} = \widehat{EDA}$

Mà: $\widehat{DEF} = \widehat{EDA}$ (so le trong và AD // BC)

Do đó: $\widehat{EDF} = \widehat{DEF}$

$\Rightarrow \Delta FED$ cân tại F $\Rightarrow$ EF = DF $\Rightarrow$ EC + CF = DF

Vậy DM = m (EC + CF) = m . EC + m . CF

Mà: m . CF = AM

Nên: DM = AM + m . EC

Chương IV: HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG – HÌNH CHÓP ĐỀU

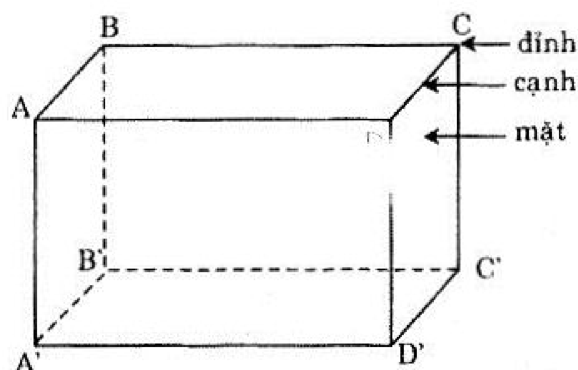
A. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

§1. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình hộp chữ nhật:

- Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là những hình chữ nhật cùng với các điểm trong của nó. Hình hộp chữ nhật có 6 mặt, 8 đỉnh và 12 cạnh.
- Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là những hình vuông.

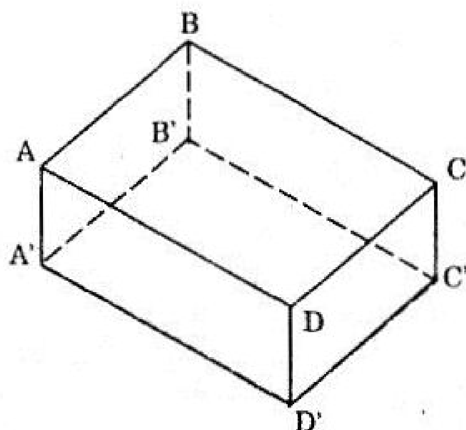


2. Mặt phẳng và đường thẳng:

Đường thẳng qua hai điểm A, B của mặt phẳng (ABCD) thì nằm trọn trong mặt phẳng đó (tức là mọi điểm của nó đều thuộc mặt phẳng).

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

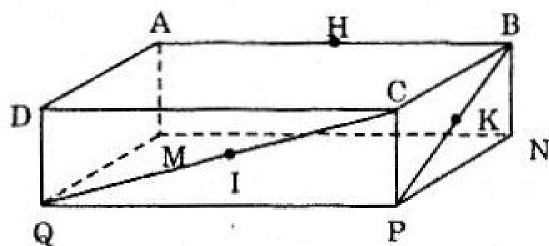
1. Hãy kể tên các cạnh của hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D' bằng cạnh AB (hình bên).



2. Đúng ghi Đ, sai ghi S. ABCD. MNPQ là một hình hộp chữ nhật (hình bên)

a) Nếu H là trung điểm của đoạn AB thì H là trung điểm của đoạn BQ. ☐

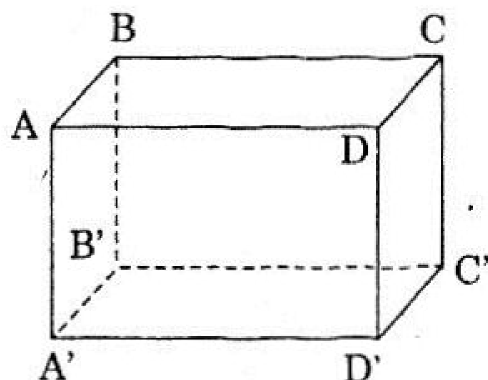
b) Nếu K là trung điểm của đoạn BP thì K là trung điểm của đoạn CN. ☐



c) Nếu I là trung điểm của đoạn CQ thì I là trung điểm của đoạn DP. ☐

3. Các kích thước của hình hộp chữ nhật ABCD. MNPQ là AB = 6cm, BC = 4cm, BN = 5cm. Hỏi các độ dài CP, CN, CQ là bao nhiêu?

4. Gọi tên mặt phẳng chứa đường thẳng A'C' trong hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D'.



Giải

1. Các cạnh của hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D' bằng cạnh AB là A'B', CD, C'D'.

2. a) S   b) Đ   c) Đ

3. CP = BN = 5cm

Tam giác CPN vuông tại P, theo định lí Py-ta-go, ta có:

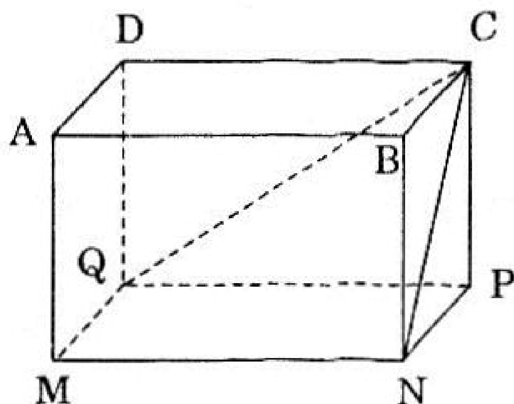
$CN^2 = CP^2 + PN^2$

PN = BC = 4cm

PQ = AB = 6cm

Nên: $CN^2 = 5^2 + 4^2 = 41$

$\Rightarrow CN = \sqrt{41}$ (cm)



Tam giác CPQ vuông tại P, theo định lí Py-ta-go, ta có:

$CQ^2 = CP^2 + PQ^2 \Rightarrow CQ^2 = 5^2 + 6^2 = 61 \Rightarrow CQ = \sqrt{61}$ (cm)

4. Các mặt phẳng chứa đường thẳng A'C' trong hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D' là mặt phẳng (A'B'C'D'), mặt phẳng (ACC'A').

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Cho hình hộp chữ nhật ABCD. MNPQ có số đo độ dài các cạnh AB, AM, AD là các số nguyên dương khác nhau (đơn vị là cm) và có:

AB . AM . AD = 33 (cm^3)

Tính tổng độ dài các cạnh của hình hộp chữ nhật.

Hướng dẫn – đáp số

Số 33 biểu diễn dưới dạng tích của ba số nguyên dương khác nhau chỉ có một cách là: $33 = 1 \times 3 \times 11$.

§2. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

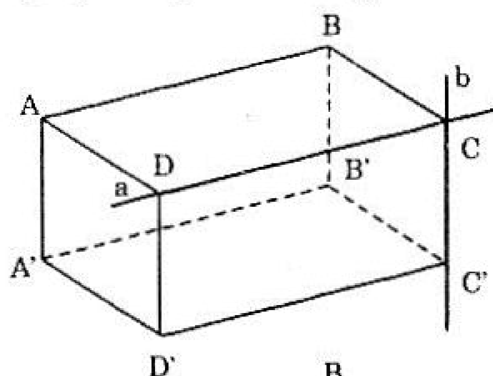
1. Hai đường thẳng song song trong không gian:

- Trong không gian, hai đường thẳng a và b gọi là song song với nhau nếu chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung. AA', DD' song song với nhau.

Quan sát hình bên, ta có những nhận xét sau:

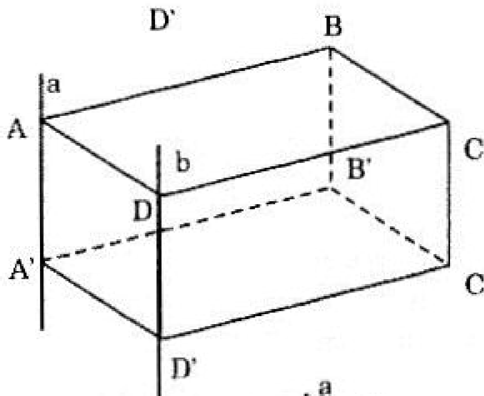
Với hai đường thẳng phân biệt a, b trong không gian, chúng có thể:

a) Cắt nhau. Chẳng hạn D'C' và CC' cắt nhau ở C', chúng cùng nằm trong mặt phẳng (DCC'D') (hình a)



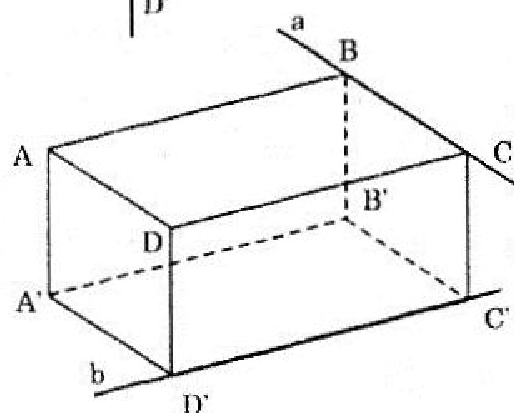
Hình a

b) Song song. Chẳng hạn AA' // DD', chúng cùng nằm trong mặt phẳng (AA'DD') (hình b)



Hình b

c) Không cùng nằm trong một mặt phẳng nào, chẳng hạn các đường thẳng BC và D'C'. (hình c)

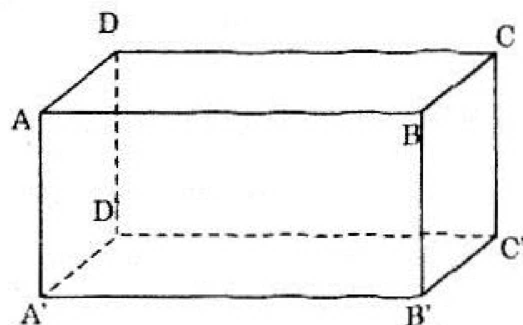


Hình c

- Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau. Chẳng hạn AB và D'C' song song, vì chúng cùng song song với DC.

2. Đường thẳng song song với mặt phẳng. Hai mặt phẳng song song. Khi AB không nằm trong mặt phẳng (A'B'C'D') mà AB song song với một đường thẳng của mặt phẳng này, chẳng hạn AB // A'B' thì ta nói AB song song với mặt phẳng (A'B'C'D'), kí hiệu AB // mp (A'B'C'D').

Nhận xét: Trên hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'. Xét hai mặt phẳng (ABCD) và (A'B'C'D'). Mặt phẳng (ABCD) chứa hai đường thẳng AB và AD cắt nhau mà AB song song với A'B' và AD song song với A'D', khi đó ta nói mặt phẳng (ABCD) song song với mặt phẳng (A'B'C'D') và kí hiệu: mp (ABCD) // mp (A'B'C'D').



Nhận xét:

- Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì chúng không có điểm chung.
- Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.
- Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có chung một đường thẳng đi qua điểm đó. Ta nói hai mặt phẳng này cắt nhau.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

5. Chọn câu trả lời đúng.

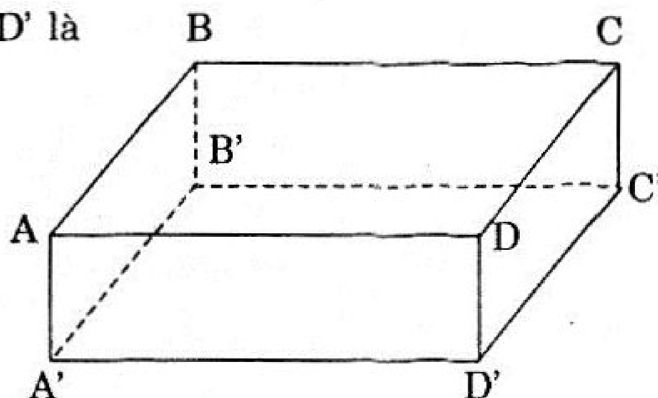
Quan sát hình bên. ABCD. A'B'C'D' là một hình hộp chữ nhật. Ta có:

A. AB // B'C'

B. AB // A'D'

C. AB // CC'

D. AB // C'D'



6. Chọn câu trả lời đúng.

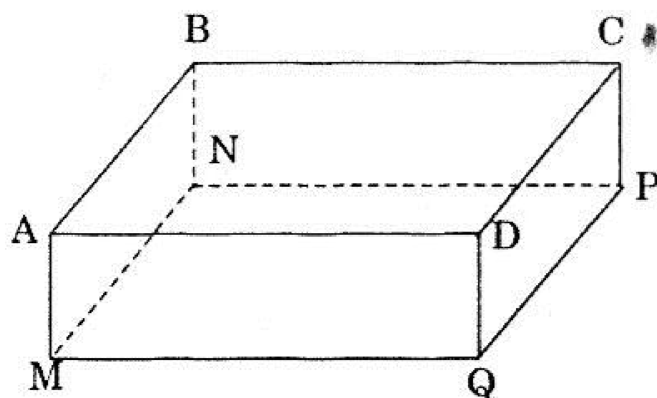
Quan sát hình bên ABCD. MNPQ là một hình hộp chữ nhật. Ta có:

A. AB // mp (ABCD)

B. AB // mp (MNPQ)

C. AB // mp (ABMN)

D. AB // mp (ADQM)



7. Một căn phòng dài 5m, rộng 3,8m và cao 3,5m. Người ta muốn quét vôi trần nhà và bốn bức tường. Biết rằng tổng diện tích các cửa là $6{,}6m^2$. Hãy tính diện tích cần quét vôi.

8. Tìm trên hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D' một ví dụ để chứng tỏ các mệnh đề sau đây là sai:

a) Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì cũng cắt đường thẳng kia.

b) Hai đường thẳng song song khi chúng không có điểm chung.

Giải

5. Chọn D.

6. Chọn B.

7. Diện tích trần nhà:

$5 \times 3{,}8 = 19\ (m^2)$

Diện tích xung quanh:

$(5 + 3{,}8) \times 2 \times 3{,}5 = 61{,}6\ (m^2)$

Diện tích cần quét vôi:

$61{,}6 + 19 - 6{,}6 = 74\ (m^2)$

8. a) BC // B'C', AB cắt BC. Nhưng AB không cắt B'C'.

b) Hai đường thẳng AB và B'C' không có điểm chung nhưng AB và B'C' không song song.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Tính các kích thước của một hình hộp chữ nhật biết rằng các kích thước tỉ lệ với 4; 2; 3 và diện tích toàn phần là $208m^2$.

Hướng dẫn – đáp số

Gọi a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật đó, theo đầu bài ta có:

$\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = x \Rightarrow a = 4x, b = 2x, c = 3x$

Diện tích toàn phần là:

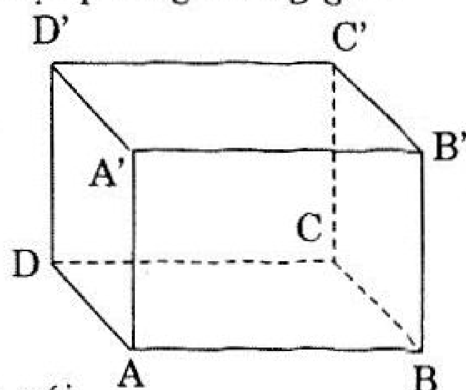
$$2(a + b)c + 2ab = 208$$
$$2(4x + 2x)3x + 2 . 4x . 2x = 208$$
$$36x^2 + 16x^2 = 208$$
$$52x^2 = 208$$
$$x^2 = 4$$
$$x = 2$$

Vậy: a = 8m, b = 4m, c = 6m.

§3. THỂ TÍCH CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. Hai mặt phẳng vuông góc:



- Khi đường thẳng A'A vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau AD và AB của mặt phẳng (ABCD) ta nói A'A vuông góc với mặt phẳng (ABCD) tại A và kí hiệu: A'A ⊥ mp (ABCD)

Nhận xét: Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng tại điểm A thì nó vuông góc với mọi đường thẳng của mặt phẳng đi qua A.

- Khi một trong hai mặt phẳng chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng còn lại thì người ta nói hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau. Chẳng hạn mp (ABCD) ⊥ mp(ADD'A').

2. Thể tích của hình hộp chữ nhật.

Nếu các kích thước của hình hộp chữ nhật là a, b, c (cùng đơn vị độ dài) thì thể tích của hình hộp chữ nhật đó là: V = a . b . c

Đặc biệt, thể tích hình lập phương cạnh a là: $V = a^3$.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

9. Chọn câu trả lời đúng.

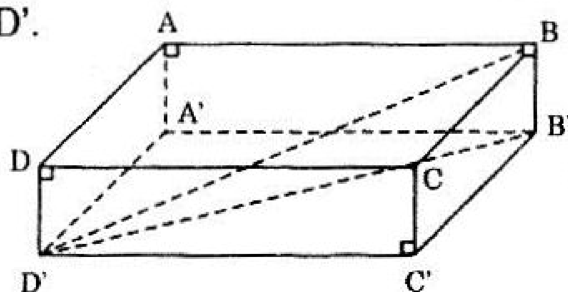
Nếu các kích thước của hình hộp chữ nhật là a, b, c (cùng đơn vị độ dài) thì thể tích của hình hộp chữ nhật đó là:

A. $V = a + b \times c$ C. $V = (a + b) \times 2 \times c$

B. $V = a \times b + c$ D. $V = a \times b \times c$

10. Tính các kích thước của một hình hộp chữ nhật, biết rằng thể tích của hình hộp là $560cm^3$ và các kích thước của hình hộp tỉ lệ với 5, 2, 7.

11. Cho hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D'.



a) Cho biết: B'C' = 3cm

C'D' = 4cm

BB' = 2cm

Tính B'D', BD'.

b) Chứng tỏ rằng: $BD' = \sqrt{B'C'^2 + C'D'^2 + BB'^2}$

12. Điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng sau:

Chiều dài	5	6		4
Chiều rộng	4	5	2	
Chiều cao	2		3	2
Diện tích toàn phần				52
Thể tích của hình hộp chữ nhật		90	24	

Giải

9. Chọn D.

10. Gọi các kích thước của hình hộp là a, b, c (đơn vị cm).

Ta có: a . b . c = 560 (a, b, c tỉ lệ với 5, 2, 7)

Nên: $\frac{a}{5} = \frac{b}{2} = \frac{c}{7} = t$ $(t > 0)$.

Suy ra: $a = 5t$, $b = 2t$, $c = 7t$

Do đó: $(5t)(2t)(7t) = 560$

$70t^3 = 560$

$t^3 = 8$

$t = 2$

$a = 5 . 2 = 10$ (cm)

$b = 2 . 2 = 4$ (cm)

$c = 7 . 2 = 14$ (cm)

11. a) Tam giác B'C'D' vuông tại C', theo định lí Py-ta-go, ta có:

$B'D'^2 = B'C'^2 + C'D'^2$

$B'D'^2 = 3^2 + 4^2$

$B'D'^2 = 25$

$B'D'^2 = 5$ (cm)

Ta có: $BB' \perp A'B'$, $BB' \perp B'C' \Rightarrow BB' \perp$ mp $(A'B'C'D') \Rightarrow BB' \perp B'D'$.

Tam giác B'BD' vuông tại B', theo định lí Py-ta-go, ta có:

$BD'^2 = BB'^2 + B'D'^2$

$BD'^2 = 2^2 + 5^2$

$BD'^2 = 29$

$BD'^2 = \sqrt{29}$ (cm).

b) Tam giác B'C'D' vuông tại C', theo định lí Py-ta-go, ta có:

$B'D'^2 = B'C'^2 + C'D'^2$

Tam giác B'BD' vuông tại B', theo định lí Py-ta-go, ta có:

$BD'^2 = B'D'^2 + BB'^2$

$BD'^2 = B'C'^2 + C'D'^2 + BB'^2$

$BD' = \sqrt{B'C'^2 + C'D'^2 + BB'^2}$

12.

Chiều dài	5	6	4	4
Chiều rộng	4	5	2	3
Chiều cao	2	3	3	2
Diện tích toàn phần	76	126	52	52
Thể tích của hình hộp chữ nhật	40	90	24	24

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Cho một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước 40cm × 25cm. Hãy cắt đi ở bốn góc những hình vuông bằng nhau để khi gập lại thì được một cái hộp hở có thể tích lớn nhất.

Hướng dẫn – đáp số

Bài toán phụ:

Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng: $abc \le \left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^3$

Dấu "=" $\Leftrightarrow a = b = c$

(Dành cho các bạn học sinh chứng minh).

Gọi độ dài cạnh của những hình vuông là x (cm) (x > 0)

$V = x(40 - 2x)(25 - 2x)$

Áp dụng bài toán phụ ta có:

$$V = \frac{1}{12}6x(40-2x)(50-4x) \le \frac{1}{12}\left(\frac{6x+40-2x+50-4x}{3}\right)^3 = 2250$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 6x = 40 - 2x = 50 - 4x \Leftrightarrow x = 5$

LUYỆN TẬP

13. Chọn câu trả lời đúng.

Một hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều cao, thể tích lần lượt là 10cm, 8cm, 400cm^3. Chiều rộng của hình hộp chữ nhật là:

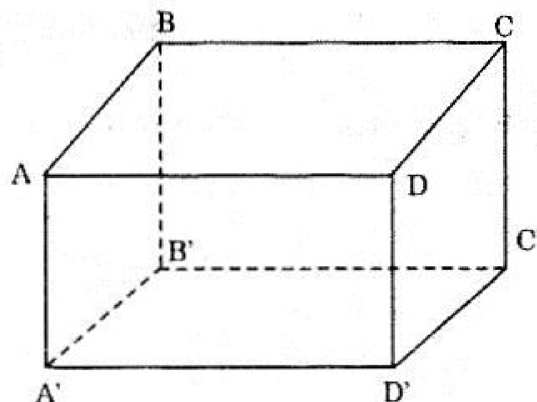
A. 2,5cm B. 5cm C. 6cm D. 8cm

14. Một cái hồ hình lập phương, cạnh 1m có chứa nước với độ sâu của nước là 6dm. Người ta thả 100 viên gạch có chiều dài 2dm, chiều rộng 1,2dm và có chiều cao 0,5dm vào hồ. Hỏi nước trong thùng dâng lên cách miệng hồ bao nhiêu đêximet? (Giả thiết gạch ngập toàn bộ trong nước và gạch không thấm nước).

15. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'

a) Những đường thẳng nào song song với mp (ABB'A').

b) Đường thẳng BC song song với các đường thẳng nào?

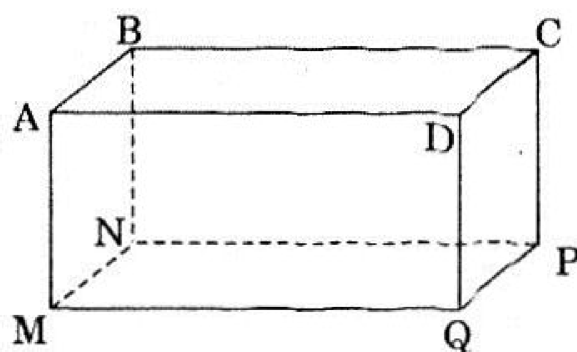


c) Đường thẳng AA' song song với những đường thẳng nào?

16. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.MNPQ

a) Những đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng (APQM).

b) Những mặt phẳng nào vuông góc với mặt phẳng (ABCD).



Giải

13. Chọn B.

14. Thể tích tổng cộng của 100 viên gạch là:

$2 \times 1,2 \times 0,5 \times 100 = 120$ (dm^3)

Ta có: 1m = 10dm

Chiều cao dâng lên khi bỏ gạch vào hồ là:

$120 : (10 \times 10) = 1,2$ (dm)

Mực nước trong hồ cách miệng nước là:

$10 - (1,2 + 6) = 2,8$ (dm)

Đáp số: 2,8dm

15. Trong hình hộp chữ nhật ABCD, A'B'C'D' có:

a) Những đường thẳng song song với mp (ABB'A') là: CD, DD'

b) Đường thẳng BC song song với các đường thẳng: AD, A'D', B'C'

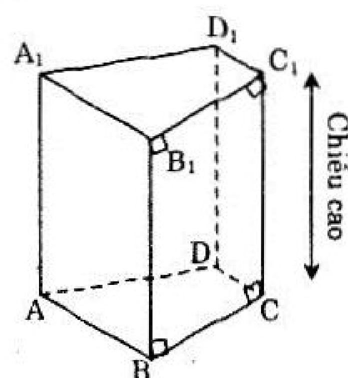
c) Đường thẳng AA' song song với các đường thẳng: BB', CC', DD'

16. Trong hình hộp chữ nhật ABCD.MNPQ

a) Những đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD) là: AB, MN, PQ, CD

b) Những đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ABCD là: AM, BN, CP, DQ.

§4. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG



A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình lăng trụ đứng:

Hình bên là hình lăng trụ đứng (còn gọi tắt là lăng trụ đứng). Trong hình này:

- $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$ là các đỉnh.
- Các mặt ABB_1A_1, BCB_1C_1 ... là những hình chữ nhật, được gọi là các mặt bên.
- Các đoạn AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 song song với nhau và bằng nhau, được gọi là các cạnh bên.
- Hai mặt ABCD, $A_1B_1C_1D_1$ là hai đáy. Hình lăng trụ trên có hai đáy là tứ giác nên gọi là lăng trụ đứng tứ giác, kí hiệu ABCD. $A_1B_1C_1D_1$.

Hình hộp chữ nhật, hình lập phương cũng là những hình lăng trụ đứng.

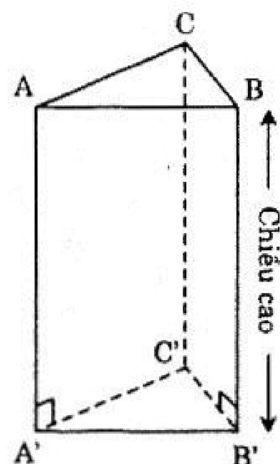
Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp đứng.

2. *Ví dụ:*

Hình bên cho ta hình ảnh một lăng trụ đứng tam giác.

Trong hình lăng trụ đó:

- Hai mặt đáy (ABC) và (A'B'C') là những tam giác bằng nhau (và nằm trong hai mặt phẳng song song).
- Các mặt bên AA'B'B, BB'C'C, AA'C'C là những hình chữ nhật.
- Độ dài một cạnh bên được gọi là chiều cao. Trên hình bên chiều cao của lăng trụ bằng độ dài đoạn thẳng BB'



Chú ý:

- AA'C'C là một hình chữ nhật, khi vẽ nó trên mặt phẳng, ta thường vẽ thành hình bình hành.
- Các cạnh song song vẽ thành các đoạn thẳng song song.
- Các cạnh vuông góc có thể không vẽ thành các đoạn thẳng vuông góc (chẳng hạn B'C', BB').

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

17. Chọn câu trả lời đúng.

Một lăng trụ đứng, đáy là tam giác thì lăng trụ đó có:

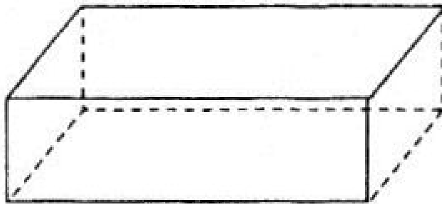
A. 6 mặt, 9 cạnh, 5 đỉnh

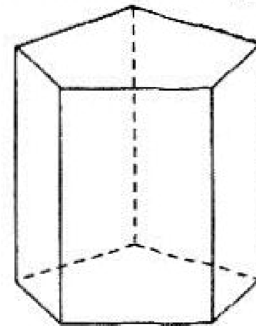
B. 6 mặt, 5 cạnh, 9 đỉnh

C. 5 mặt, 9 cạnh, 6 đỉnh

D. 5 mặt, 6 cạnh, 9 đỉnh

18. Quan sát các lăng trụ đứng ở hình sau rồi điền số thích hợp vào các ô trống của bảng:


Hình a


Hình b

Hình	(a)	(b)
Số cạnh của một đáy		
Số mặt bên		
Số đỉnh	8	
Số cạnh bên		5

19. Có thể làm được một hình lăng trụ có 2005 đỉnh không?

Giải

17. Chọn C.

18.

Hình	(a)	(b)
Số cạnh của một đáy	4	5
Số mặt bên	4	5
Số đỉnh	8	10
Số cạnh bên	4	5

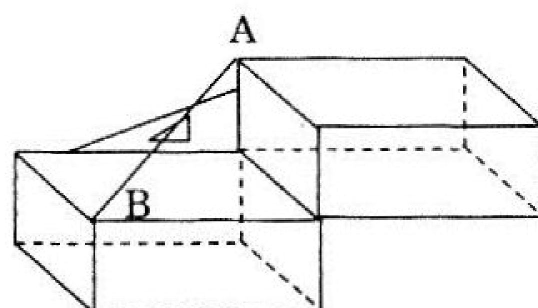
19. Không! Vì số đỉnh của một hình lăng trụ là một số chẵn.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Có hai hình hộp chữ nhật bằng gỗ giống hệt nhau. Bạn có thể đo được khoảng cách giữa hai đỉnh xa nhau nhất của mỗi hình hộp không?

Hướng dẫn – đáp số

Đặt êke trên mặt bàn. Xếp hai hình hộp đã cho nằm sát vào nhau. Sao cho có 2 cạnh của chúng sát 2 cạnh của êke như hình vẽ sau. Đo khoảng cách giữa A và B ta được khoảng cách giữa hai đỉnh xa nhau nhất của mỗi hình hộp.



§5. DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng bằng tổng diện tích của các mặt bên. Ta có công thức:

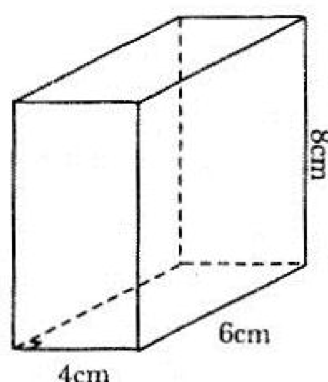
  $S_{xq} = 2p \cdot h$ (p là nửa chu vi đáy, h là chiều cao)

  Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng bằng chu vi đáy nhân với chiều cao.

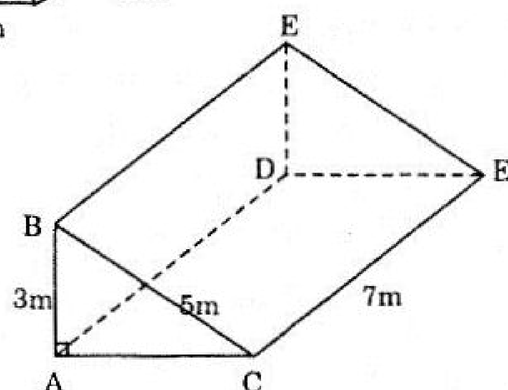
- Diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

20. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng bên.

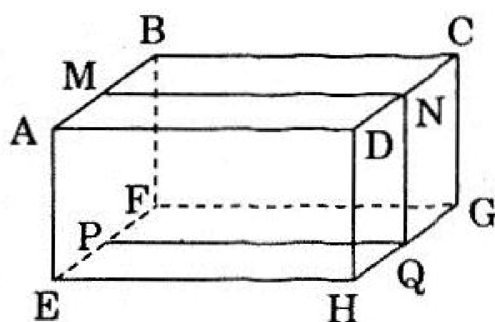


21. Quan sát hình bên, ABC. DEF là hình lăng trụ đứng có các kích thích cho trên hình. Tính A diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng này.



22. Tính diện tích toàn phần hình lăng trụ đứng lục giác đều có độ dài cạnh là 4cm, chiều cao là 5cm.

23. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.EFGH (hình bên). Lấy M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, EF, GH. Hình AMCN.EPGQ nhận được là hình gì?



Giải

20. Diện tích xung quanh:

$S_{xq} = (4 + 6)\,2\,.\,8 = 160\ (cm^2)$

Diện tích hai đáy:

$2\,.\,4\,.\,6 = 48\ (cm^2)$

Diện tích toàn phần:

$S_{tp} = 160 + 48 = 208\ (cm^2)$

Đáp số: $160cm^2$

$208cm^2$.

21. ΔABC vuông tại A, theo định lí Py-ta-go, ta có:

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$3^2 + AC^2 = 5^2$

$AC^2 = 5^2 - 3^2$

$AC^2 = 4^2$

$AC = 4\ (cm)$

Diện tích xung quanh:

$S_{xp} = (3 + 4 + 5)\,7 = 84\ (cm^2)$

Diện tích hai đáy:

$2\,.\,\frac{1}{2}\,.\,4\,.\,3 = 12\ (cm^2)$

Diện tích toàn phần:

$S_{tp} = 84 + 12 = 96\ (cm^2)$

Đáp số: $96cm^2$.

22. Diện tích xung quanh:

$S_{xq} = (4\,.\,6)\,.\,5 = 120\ (cm^2)$

Diện tích một đáy bằng 6 lần diện tích tam giác đều cạnh 4cm.

Diện tích hai đáy:

$2\,.\,6\,.\,\frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 48\sqrt{3}\ (cm^2)$

Diện tích toàn phần:

$S_{tp} = 120 + 48\sqrt{3}$ (cm^2)

Đáp số: $120 + 48\sqrt{3}$ cm^2.

23. Hình nhận được là một lăng trụ đứng AMCN. EPGQ. Các mặt bên là những hình chữ nhật, hai đáy là hai hình bình hành.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Một lăng trụ có chiều cao là 20cm, đáy là tam giác vuông có cạnh huyền là 10cm và diện tích là $24cm^2$. Tính diện tích toàn phần của hình lăng trụ đó.

Hướng dẫn – đáp số

Gọi độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông đáy là x (cm), y (cm) (điều kiện x, y > 0).

Ta có: $x^2 + y^2 = 10^2 = 100$; $\frac{1}{2}xy = 24(cm^2)$

Nên: $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 196$

$\Rightarrow x + y = \sqrt{196} = 14$.

Diện tích xung quanh:

$(10 + 14) . 20 = 480$ (cm^2)

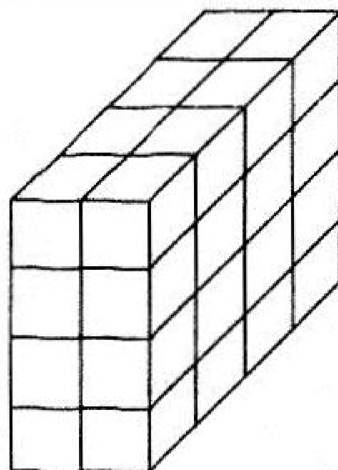
Diện tích toàn phần:

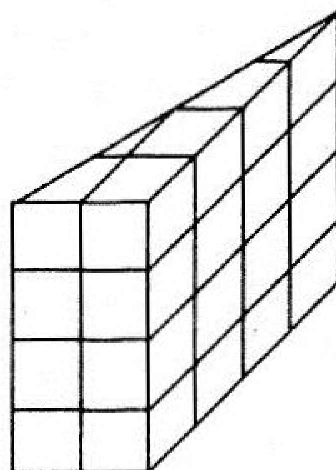
$480 + 24 . 2 = 528$ (cm^2)

Đáp số: $528cm^2$.

§6. THỂ TÍCH CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ



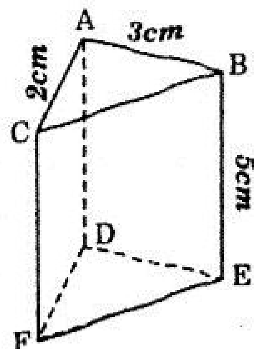


Công thức tính thể tích hình lăng trụ đứng:

$$\boxed{V = S\ .\ h}$$ (S là diện tích đáy, h là chiều cao)

Thể tích hình lăng trụ đứng bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

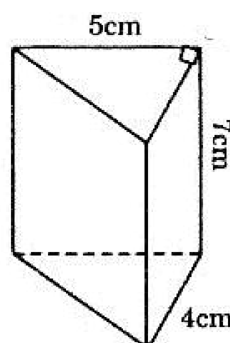
Ví dụ: Diện tích đáy ABC hay DEF là:



$$\frac{2.3}{2} = 3\ (cm^2)$$

Thể tích lăng trụ là:

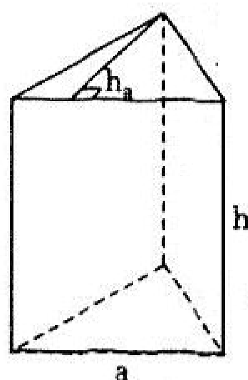
$$V = S\ .\ h = 3\ .\ 5 = 25\ (cm^3)$$



B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

24. Tính thể tích của hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông với các kích thước ở hình bên.

25. Quan sát hình bên.



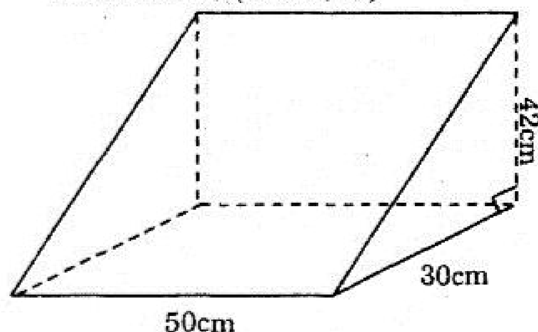
a) Cho biết $h_a = 4cm$, $a = 6cm$, $h = 8cm$.
Tính thể tích.

b) Cho biết $h_a = 5cm$, $a = 8cm$, thể tích 200 (cm^3).
Tính h.

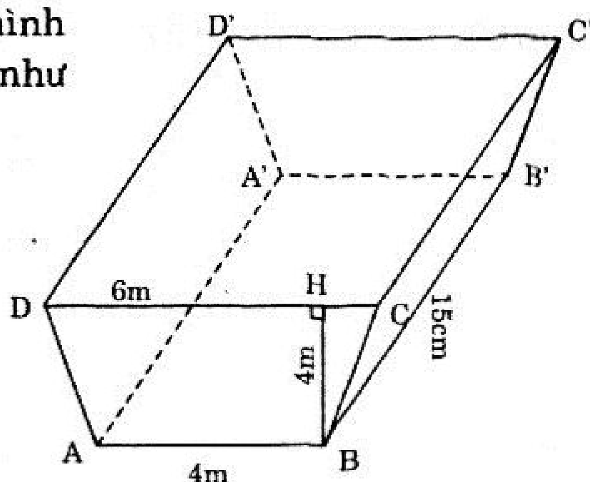
c) Cho biết $h_a = 8cm$, $h = 9cm$, thể tích $360cm^3$
Tính a.

26. Tính thể tích của hình vẽ bên (hình a).

27. Tính thể tích của một bể nước hình lăng trụ đứng có các kích thước như hình bên (hình b)



Hình a



Hình b

Giải

24. Diện tích đáy của hình lăng trụ đứng này là:

$\frac{1}{2} . 5 . 4 = 10 \ (cm^2)$

Thể tích lăng trụ đứng tam giác là:

$V = 10 . 7 = 70 \ (cm^3)$

Đáp số: $70cm^3$.

25. a) Diện tích đáy là:

$\frac{1}{2} . 6 . 4 = 12 \ (cm^2)$

Thể tích lăng trụ là:

$V = 12 . 8 = 96 \ (cm^3)$

Đáp số: $96cm^3$.

b) Diện tích đáy:

$\frac{1}{2} . 5 . 8 = 20 (cm^2)$

Chiều cao h là:

$200 : 20 = 10 \ (cm)$

Đáp số: 10cm.

c) Diện tích đáy:

$360 : 9 = 40 \ (cm^2)$

Cạnh a là:

$(20 \times 40) : 8 = 10 \ (cm)$

Đáp số: 10cm.

26. Hình đã cho là hình lăng trụ đứng thể tích là:

$\frac{1}{2} . 30 . 42 . 50 = 31500 \ (cm^3)$.

Đáp số: $31500cm^3$.

27. Đáy của hình lăng trụ đứng là hình thang cân ABCD (AB // CD)

Diện tích đáy ABCD là:

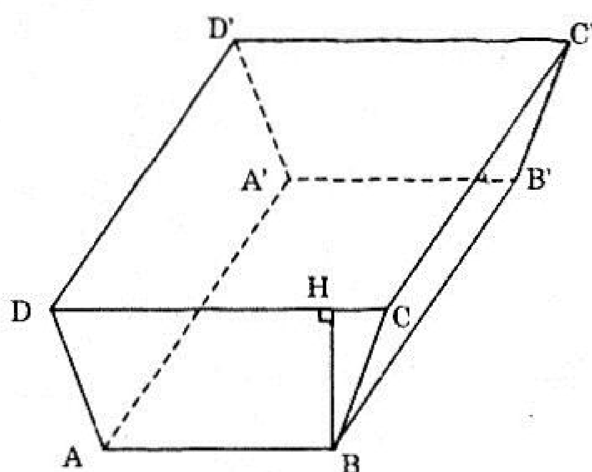
$\frac{(6 + 4)x4}{2} = 20 \ (cm^2)$

Thể tích của bể nước là:

$20 \times 15 = 300\ (cm^3)$

Đáp số: $300cm^3$.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO



Cho hình bên, bể nước hình lăng trụ đứng có:

$V_{ABC.A'B'C'} = 60\ m^3$

AB = 2m, DC = 3m, BH = 2m

Tính AA'.

Hướng dẫn – đáp số

Đáy của hình lăng trụ đứng là hình thang ABCD (AB // CD)

Diện tích đáy ABCD là:

$$\frac{(AB + DC).BH}{2} = \frac{(2 + 3).2}{2} = 5\ (m^3)$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} . AA'$$

$$AA' = \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{S_{ABCD}}$$

Vậy $AA' = \frac{60}{5} = 12(m)$

LUYỆN TẬP

28. Chọn câu trả lời đúng.

Với S là diện tích đáy, h là chiều cao thì thể tích của hình lăng trụ đứng là:

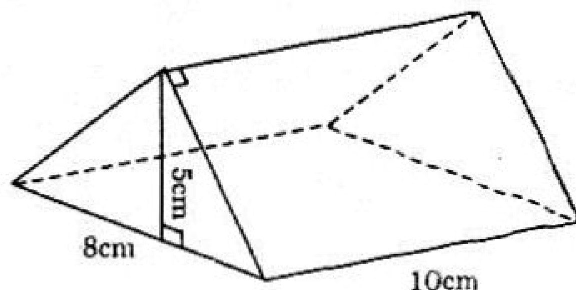
A. $V = \frac{1}{2}S . h$

B. $V = \frac{S}{h}$

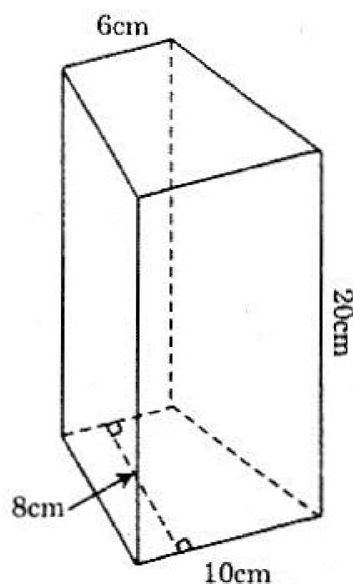
C. $V = S + h$

D. $V = S . h$

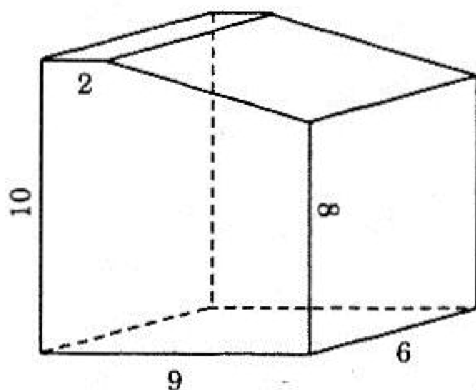
29. Tính thể tích của hình lăng trụ đứng có các kích thước như ở hình bên.



30. Tính thể tích của hình lăng trụ đứng có các kích thước như ở hình bên.



31. Tính thể tích của hình vẽ bên có các kích thước như ở hình vẽ.



32. Chọn câu trả lời đúng.

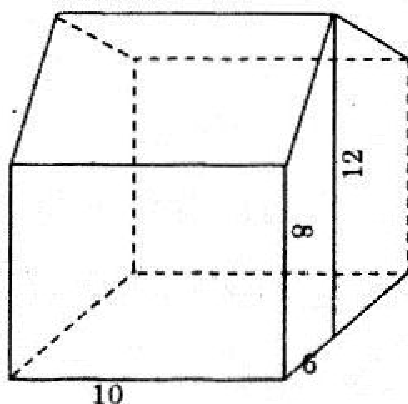
Thể tích của hình bên là:

A. 500

B. 600

C. 640

D. 528



Giải

28. Chọn D.

29. Diện tích đáy là:

$$\frac{1}{2} . 8 . 5 = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Thể tích lăng trụ là:

$$V = 20 . 10 = 200 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Đáp số: $200cm^3$.

30. Diện tích đáy là:

$(10 + 6)\,8 : 2 = 64\ (cm^2)$

Thể tích lăng trụ là:

$64 \,.\, 20 = 1280\ (cm^3)$

Đáp số: $1280cm^3$.

31. Phân hình đã cho thành hai lăng trụ đứng có cùng chiều cao là 6. Đáy của lăng trụ thứ nhất là hình chữ nhật dài 10, rộng 2 nên thể tích là:

$10 \,.\, 2 \,.\, 6 = 120$

Đáy của lăng trụ thứ hai là hình thang vuông có các cạnh đáy là 10, 8; chiều cao là $9 - 2 = 7$ nên thể tích là :

$$\frac{(10+8).7}{2} \,.\, 6 = 378.$$

Thể tích của hình đã cho là:

$120 + 378 = 498$

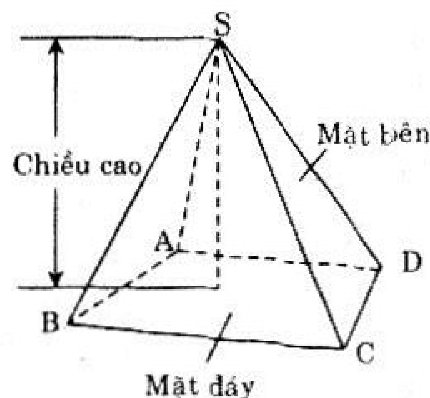
Đáp số: 498.

32. Chọn B.

B. HÌNH CHÓP ĐỀU

§7. HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ



1. Hình chóp:

- Hình chóp có mặt đáy là đa giác và các mặt bên là những tam giác cùng với những điểm trong của nó có chung một đỉnh. Đỉnh chung này gọi là đỉnh của hình chóp.

- Đường thẳng đi qua đỉnh và vuông góc với mặt phẳng đáy gọi là đường cao của hình chóp.

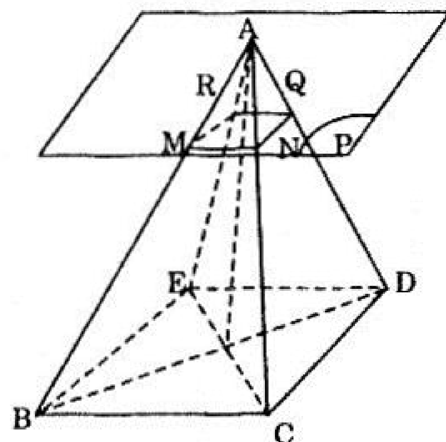
- Hình chóp S_{ABCD} có đỉnh là S, đáy là tứ giác ABCD, ta gọi đó là hình chóp tứ giác.

2. Hình chóp đều:

- Hình chóp đều là hình chóp có mặt đáy là một đa giác đều, các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh (là đỉnh của hình chóp).
- Đường cao vẽ từ đỉnh S của mỗi mặt bên của hình chóp đều được gọi là trung đoạn của hình chóp đó.

3. Hình chóp cụt đều:

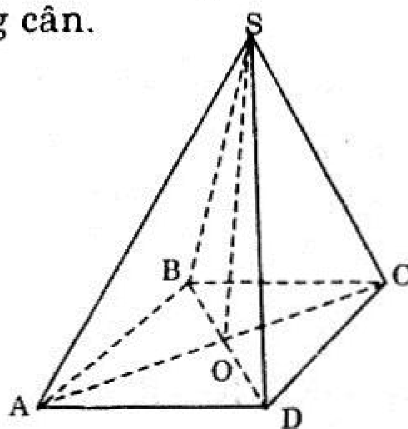
Cắt hình chóp đều bằng một mặt phẳng song song với đáy. Phần hình chóp nằm giữa mặt phẳng đó và mặt phẳng đáy của hình chóp gọi là hình chóp cụt đều.



Nhận xét: Mỗi mặt bên của hình chóp cụt đều là một hình thang cân.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

33. Cho hình chóp tứ giác đều S_{ABCD} (hình vẽ) có các mặt bên là các tam giác đều, AB = 10cm. O là giao điểm AC, BD, độ dài đoạn thẳng SO.



34. Hình chóp lục giác đều. S_{ABCDEH} có cạnh bên SA = 15cm, đường cao SO = 12cm. Cạnh lục giác đều là:

A. $\sqrt{369}$ cm C. $\sqrt{6}$ cm

B. $\sqrt{3}$ cm D. 9cm

Giải

33. SA = AB = 10 (cm)

Tam giác OAB vuông cân nên:

$$2OA^2 = AO^2 + OB^2 = AB^2 = 100 \Rightarrow OA^2 = 50$$

Tam giác SOA vuông tại A nên:

$$SO^2 + OA^2 = SA^2 \Rightarrow SO^2 = SA^2 - OA^2$$

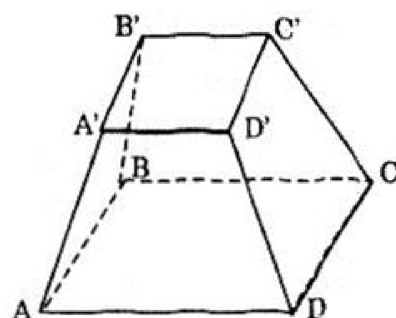
Ta có: $SO^2 = 10^2 - 50 = 50 \Rightarrow SO = \sqrt{50}$ (cm)

Đáp số: $\sqrt{50}$ cm.

34. Chọn D.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Cho hình chóp cụt tứ giác đều ABCD. A'B'C'D' có các cạnh đáy 2cm và 8cm, đường cao của mặt bên bằng 4cm. Tính cạnh bên, chiều cao của hình chóp cụt.



Hướng dẫn – đáp số

- $D'H = 4cm$

  $DH = (DC - D'C') : 2 = 3cm$

  Tam giác HDD' vuông tại H:

  $DD'^2 = D'H^2 + DH^2$

  $DD'^2 = 4^2 + 3^2$

  $DD' = 5$ (cm)

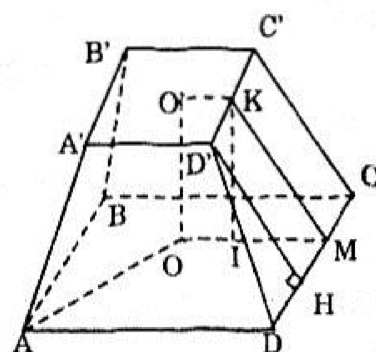
- $IM = 3cm$

  Tam giác KIM vuông tại I:

  $KI^2 + IM^2 = KM^2$

  $KI^2 = KM^2 - IM^2 = D'H^2 - IM^2 = 4^2 - 3^2 = 7$

  $\Rightarrow KI = \sqrt{7}$ (cm).



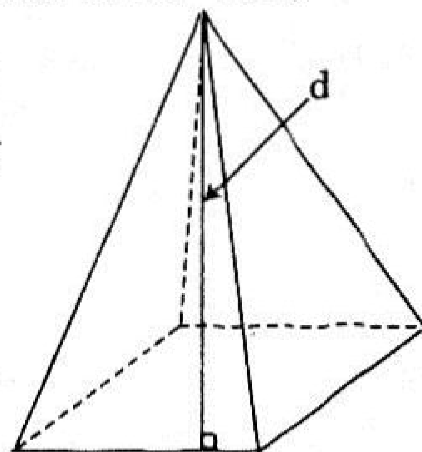
§8. DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH CHÓP ĐỀU

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Diện tích xung quanh của hình chóp đều bằng tích của nửa chu vi đáy với trung đoạn.

$$S_{xq} = p \cdot d$$

(p là nửa chu vi đáy, d là trung đoạn của hình chóp đều)

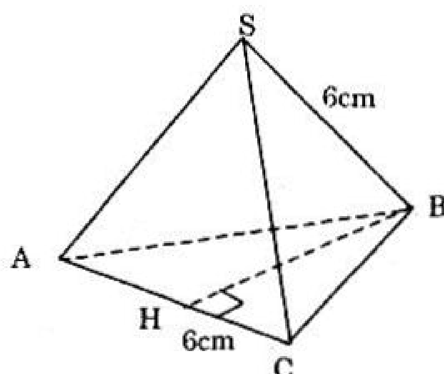


- Diện tích toàn phần của hình chóp bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy.

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

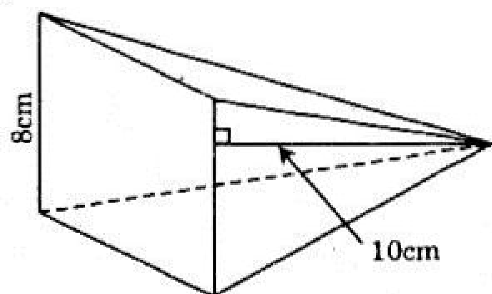
35. Một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên bằng 30cm, đáy là hình vuông MNPQ cạnh 48cm. Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

36. Tính diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều theo các kích thước ở hình vẽ.



37. Một hình chóp đều S_{ABC} có cạnh đáy là 6cm, chiều cao là 4cm. Tính diện tích xung quanh của hình chóp đó.

38. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình chóp đều ở hình bên.



Giải

35. Gọi SE là một trung đoạn của hình chóp đều.

Tam giác SPE vuông tại E, theo định lí Py-ta-go, ta có:

$$SE^2 + EP^2 = SP^2 \Rightarrow SE^2 = SP^2 - EP^2$$

$$= SP^2 - \left(\frac{PQ}{2}\right)^2 = 30^2 - 24^2$$

Nên: $SE = \sqrt{30^2 - 24^2} = 18$ (cm).

Diện tích xung quanh của hình chóp đều:

$S_{xq} = p \,.\, d = 2 \,.\, 48 \,.\, 18 = 1728$ (cm^2)

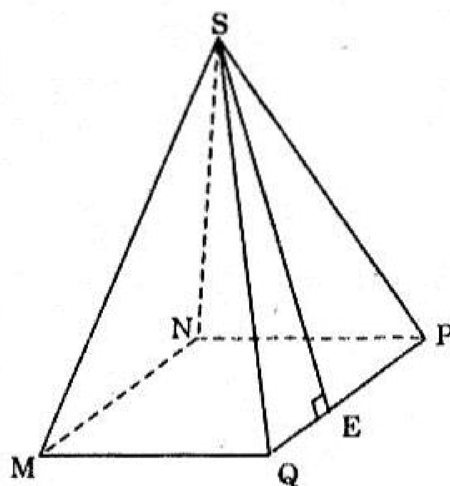
Diện tích đáy là:

$S_d = 48 \,.\, 48 = 2304$ (cm^2)

Diện tích toàn phần của hình chóp đều:

$1728 + 2304 = 4032$ (cm^2)

Đáp số: $4032cm^2$.



36. $AH = HC = \dfrac{AC}{2} = 3$ (cm)

ΔABC vuông tại H, theo định lí Py-ta-go có:

$AH^2 + BH^2 = AB^2$

$\Rightarrow BH^2 = AB^2 - AH^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

$\Rightarrow BH = \sqrt{27}$

Diện tích tam giác ABC:

$\dfrac{1}{2}BH \,.\, AC = \dfrac{1}{2}\sqrt{27} \,.\, 6 = 3\sqrt{27}$ (cm^2)

Hình chóp đã cho có bốn mặt là những tam giác đều bằng nhau.

Vậy diện tích toàn phần của hình chóp đã cho là:

$3\sqrt{27} \,.\, 4 = 12\sqrt{27}$ (cm^2)

Đáp số: $12\sqrt{27}$ cm^2.

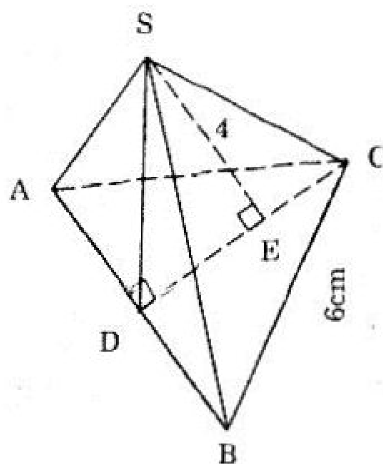
37. Vẽ CD là đường cao của tam giác ABC, ta có:

$AD = DB = \dfrac{AB}{2} = 3$cm

Tam giác ACD vuông tại D, theo định lí Pi–ta–go có:

$CD^2 + AD^2 = AC^2$

$\Rightarrow CD^2 = AC^2 - AD^2 = 6^2 - 3 + 2 = 27$



Tam giác SED vuông tại E có: $ED = \dfrac{CD}{3}$

Theo định lí Pi–ta–go có:

$SD^2 = SE^2 + ED^2 = SE^2 + \left(\dfrac{CD}{3}\right)^2$

$= SE^2 + \dfrac{CD^2}{9} = 4^2 + \dfrac{27}{9} = 19$

$\Rightarrow SD = \sqrt{19}$ cm.

Diện tích xung quanh là:

$S_{xq} = pd = \dfrac{1}{2} \,.\, 3 \,.\, 6\sqrt{19} = 9\sqrt{19}$ (cm^2)

Đáp số: $9\sqrt{19}$ cm^2.

38. Diện tích xung quanh của hình chóp đã cho là:

$$S_{xq} = p \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 \cdot 10 = 160\ (cm^2)$$

Diện tích toàn phần của hình chóp đã cho là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_d = 160 + 8^2 = 224\ (cm^2)$$

Đáp số: $160cm^2$

$224cm^2$

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Một hình chóp cụt tứ giác đều có các cạnh đáy bằng a và b (a > b). Tính chiều cao của hình chóp cụt này, biết rằng diện tích xung quanh bằng tổng diện tích hai đáy.

Hướng dẫn – đáp số

Gọi h là chiều cao của hình chóp cụt, d là chiều cao của mặt bên.

Từ đầu bài ta có:

$$S_{xq} = S_{ABCD} + S_{A'B'C'D'}$$

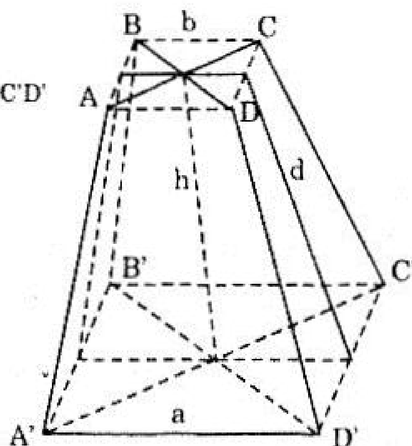
$$\frac{1}{2}(4a + 4b)\, d = a^2 + b^2$$

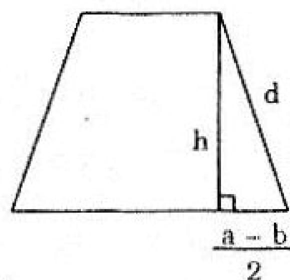
$$\Rightarrow 2d\,(a + b) = a^2 + b^2 \quad (1)$$

Áp dụng định lí Py-ta-go, ta có:

$$h = d^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) sẽ dẫn đến: $h = \dfrac{ab}{a+b}$





§9. THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP ĐỀU

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Công thức của thể tích:

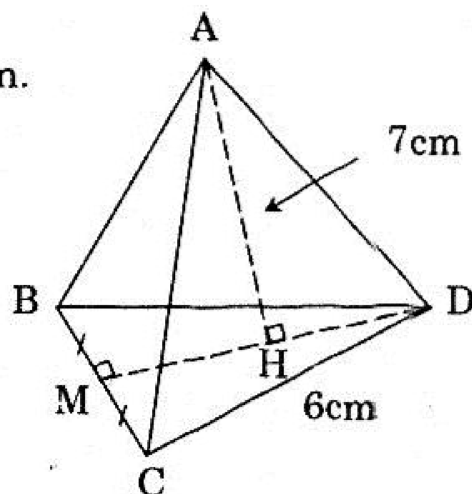
Người ta đã chứng minh được công thức sau đúng cho mọi hình chóp đều:

$$\boxed{V = \frac{1}{3} S \cdot h}$$ (S là diện tích đáy; h là chiều cao)

B/ BÀI TẬP CƠ BẢN

39. Tính thể tích hình chóp tứ giác đều biết chiều cao của hình chóp là 9cm, đáy là hình vuông cạnh 5cm.

40. Tính thể tích của hình chóp đều ở hình bên.



41. Chọn câu trả lời đúng cho một hình chóp đều có thể tích là $35cm^3$, chiều cao của hình chóp là 5cm. Diện tích đáy của nó là:

A. $7cm^2$ C. $14cm^2$

B. $21cm^2$ D. $25cm^2$

Giải

39. Diện tích đáy:

$5^2 = 25\ (cm^2)$

Thể tích của hình chóp:

$$V = \frac{1}{3}\ .\ 25\ .\ 9 = 75\ (cm^3)$$

Đáp số: $75cm^3$.

40. Tam giác DMC vuông tại M, theo định lí Py-ta-go, ta có:

$DM^2 + MC^2 = CD^2$

$$DM^2 = CD^2 - MC^2 = 6^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 27$$

$\Rightarrow DM = \sqrt{27}$ cm.

Diện tích đáy:

$$\frac{1}{2}\ .\ 6\sqrt{27} = 3\sqrt{27}\ (cm^3)$$

Thể tích của hình chóp là:

$$V = \frac{1}{3}\ .\ 3\sqrt{27}\ .\ 7 = 7\sqrt{27}\ (cm^3)$$

Đáp số: $7\sqrt{27}\ cm^3$.

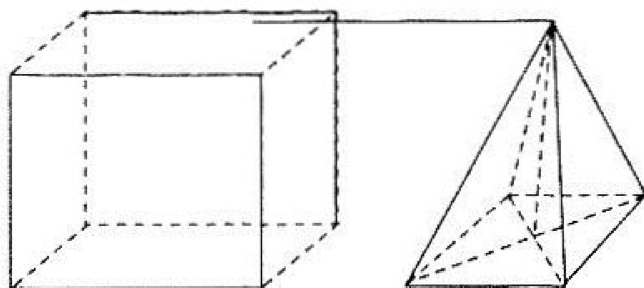
41. $V = \frac{1}{3}S\ .\ h \Rightarrow S = \frac{3V}{h}$

Nên $S = \frac{3.35}{5} = 21\ (cm^2)$

Vì vậy chọn B.

C/ BÀI TẬP NÂNG CAO

Một hình chóp tứ giác đều và một lăng trụ đứng tứ giác đều như hình vẽ sau (cạnh đáy và chiều cao bằng nhau). Nếu thể tích hình chóp là V thì thể tích hình lăng trụ là bao nhiêu?



Hướng dẫn – đáp số

Thể tích hình lăng trụ là 3V.

LUYỆN TẬP

42. Tính diện tích toàn phần của các hình chóp đều sau:

a) Hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy 8dm, trung đoạn 10dm

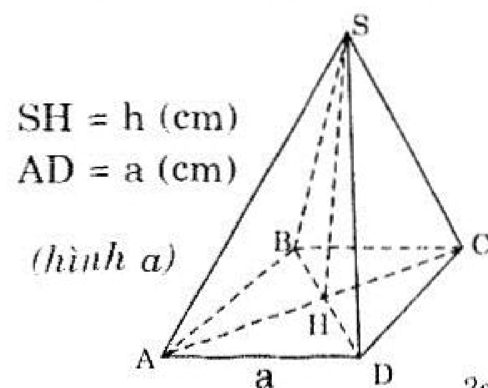
b) Hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy 1m, trung đoạn 4dm.

43. Tính diện tích toàn phần hình chóp lục giác đều biết cạnh đáy là 2cm, cạnh bên là 6cm.

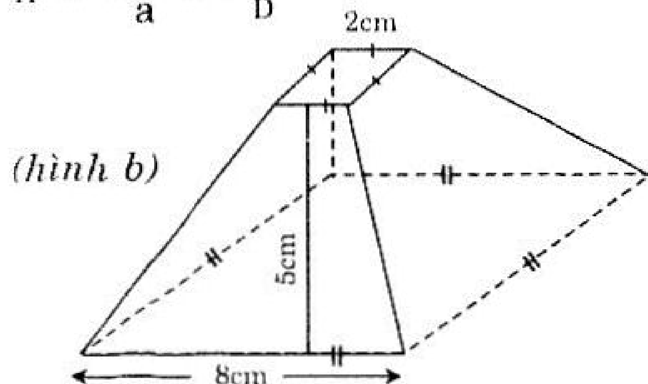
44. Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều ở hình a.

45. Tính diện tích xung quanh của hình chóp cụt đều ở hình b.

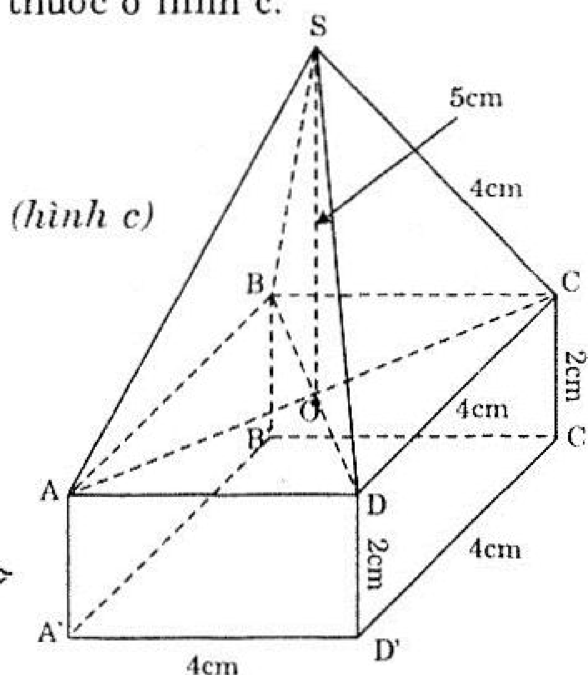
46. Tính thể tích của hình, biết các kích thước ở hình c.



(hình a)

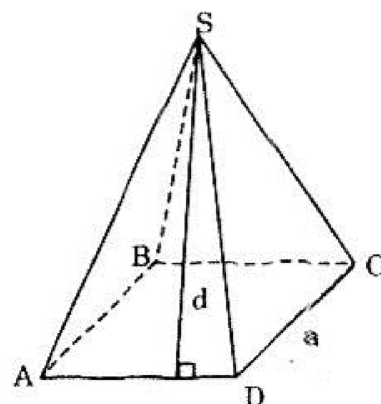


(hình b)



(hình c)

Giải



42. a) a = 8dm, d = 10dm.

Diện tích xung quanh là:

$$S_{xq} = p \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 \cdot 10 = 160\ (dm^2)$$

Diện tích toàn phần là:

$$S_{tp} = S_{đáy} + S_{xq} = 8^2 + 160 = 224\ (dm^3)$$

Đáp số: $224dm^3$.

b) a = 1m = 10dm; d = 4dm.

Diện tích xung quanh là:

$$S_{xq} = \frac{1}{2} p \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 \cdot 4 = 80\ (dm^2)$$

Đáp số: $80dm^2$.

43. Vẽ trung đoạn SH.

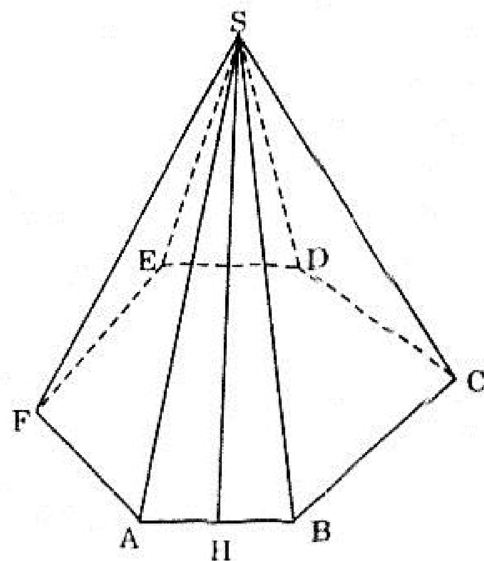
Ta có: $AH = HB = \frac{AB}{2} = 1cm$.

Tam giác SAH vuông góc tại H, theo định lí Py-ta-go có:

$SH^2 + AH^2 = SA^2$

$\Rightarrow SH^2 = SA^2 - AH^2 = 6^2 - 1^2 = 35$

$\Rightarrow SH = \sqrt{35}$ cm.



Diện tích xung quanh:

$$S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{35} = 6\sqrt{35}\ (cm^2).$$

Diện tích đáy:

$$S_d = \frac{2^2 . \sqrt{3}}{4} \cdot 6 = 6\sqrt{3}\ (cm^2)$$

Diện tích toàn phần:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_d = 6\sqrt{35} + 6\sqrt{3}\ (cm^2)$$

44. Diện tích đáy:

$S_d = a^2\ (cm^2)$

Thể tích hình chóp đều là:

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h = \frac{1}{3} a^2 \cdot h\ (cm^3)$$

Đáp số: $\frac{1}{3} a^2 h\ cm^3$.

45. Các mặt xung quanh là những hình thang cân với cùng chiều cao là 5cm, các cạnh đáy tương ứng bằng nhau là 2cm, 8cm.

Diện tích xung quanh của hình chóp cụt đều này là:

$$S_{xq} = \left(\frac{2+8}{2}\right) 5 \,.\, 4 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp số: $100cm^2$.

46. Hình đã cho gồm một hình hộp chữ nhật có các cạnh là 4cm, 4cm, 2cm và một hình chóp tứ giác đều cạnh đáy 4cm và chiều cao hình chóp SO = 5cm.

Thể tích hình hộp chữ nhật là:

$$4 \,.\, 4 \,.\, 2 = 32 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích hình chóp tứ giác đều:

$$\frac{1}{3} \,.\, 4^2 \,.\, 5 = \frac{80}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích cần tìm là:

$$32 + \frac{80}{3} = \frac{176}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

Đáp số: $\frac{176}{3}cm^3$.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

47. Đúng ghi Đ, sai ghi S.

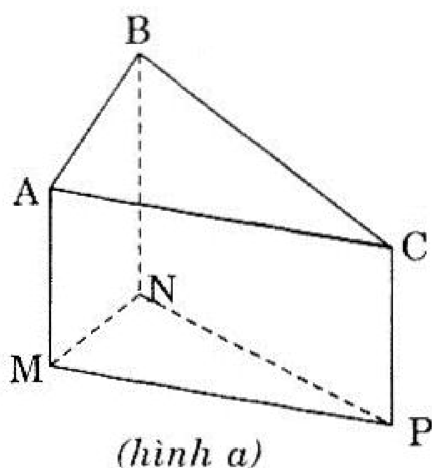
Hình bên dưới (hình a) là một lăng trụ đứng, đáy là tam giác.

a) Các cạnh đáy BC và NP song song với nhau. ☐

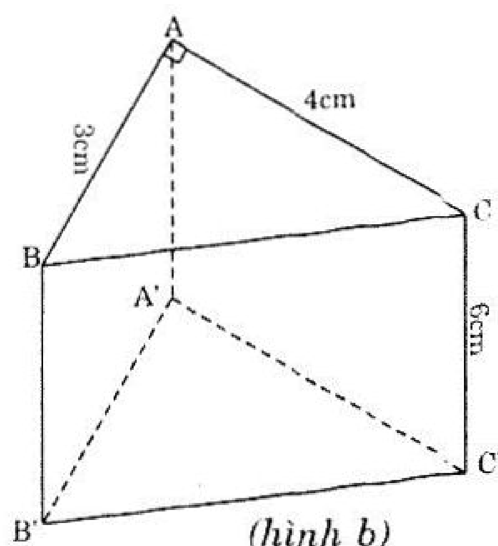
b) Các cạnh đáy AB và MN vuông góc với nhau. ☐

c) Hai mặt phẳng (BCPN) và (MNP) vuông góc với nhau. ☐

d) Hai mặt phẳng (ABC) và (MNP) song song với nhau. ☐



(hình a)



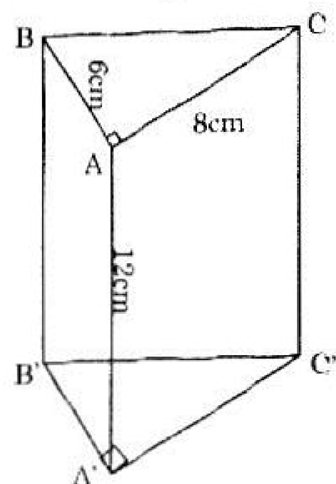
(hình b)

48. Chọn câu trả lời đúng.

Diện tích xung quanh của lăng trụ đứng (hình b bên trên) là

A. $24cm^2$ B. $144cm^2$ C. $72cm^2$ D. $36cm^2$

49. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của lăng trụ đứng có chiều cao h và đáy là hình thoi có hai đường chéo là 18a và 24a.



50. Tính thể tích hình lăng trụ đứng có kích thước ở hình bên.

51. Chọn câu trả lời đúng.

Hình chóp tứ giác đều S_{ABCD} có chiều cao là 3dm, thể tích là $16dm^3$. Độ dài cạnh đáy của nó là:

A. 8dm C. 16dm

B. 4dm D. 32dm

52. Một hình chóp tứ giác đều S_{ABCD} có độ dài cạnh đáy là AB = 12cm, cạnh bên SA = 10cm. Tính:

a) Diện tích toàn phần của hình chóp.

b) Thể tích hình chóp.

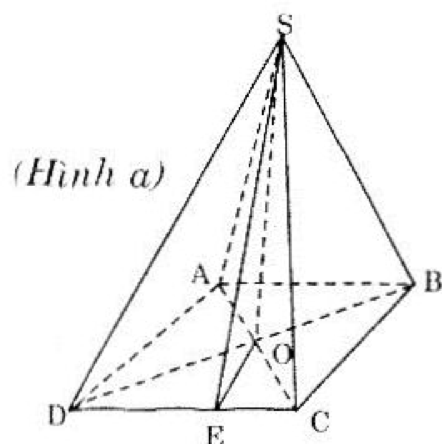
53. Chọn câu trả lời đúng.

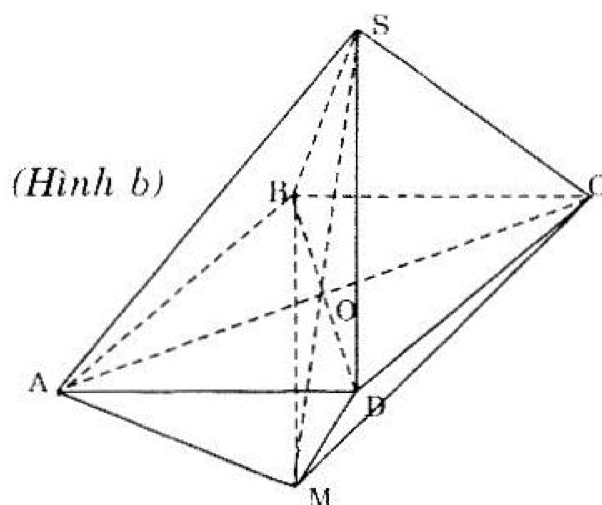
Hình chóp lục giác đều có cạnh đáy là 9cm, cạnh bên là 15cm, chiều cao hình chóp là:

A. 10cm B. $\sqrt{306}$ cm C. 72cm D. 12cm

54. Tính thể tích hình chóp tứ giác đều ở hình bên dưới (hình a).

55. Tính thể tích ở hình bên dưới (hình b), gồm 2 hình chóp đều có: AB = 6cm, SO = 5cm, MO = 4cm.





Giải

47. a) Đ b) S c) Đ d) Đ

48. Chọn C.

49. $AM = \dfrac{AC}{2} = 12a$

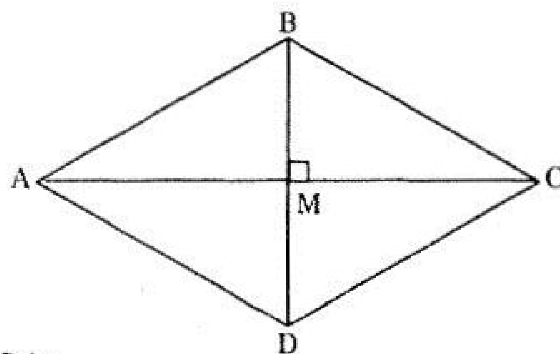
$BM = \dfrac{BB}{2} = 9a$

Tam giác ABM vuông tại M, theo định lí Py-ta-go, ta có:

$AB^2 = AM^2 + BM^2$

$AB^2 = (12a)^2 + (9a)^2 = 225a^2$

$\Rightarrow AB = 15a$



Diện tích xung quanh:

$S_{xq} = 15a \;.\; 4 \;.\; h = 60ah$

Diện tích toàn phần:

$S_{tp} = S_{xq} + S_đ = 60ah + \dfrac{1}{2}\, 18a \;.\; 24a$

$= 60ah + 216a^2 = 12a\,(5h + 18a)$

50. Diện tích đáy:

$S = \dfrac{1}{2} \;.\; 6 \;.\; 8 = 24\ (cm^2)$.

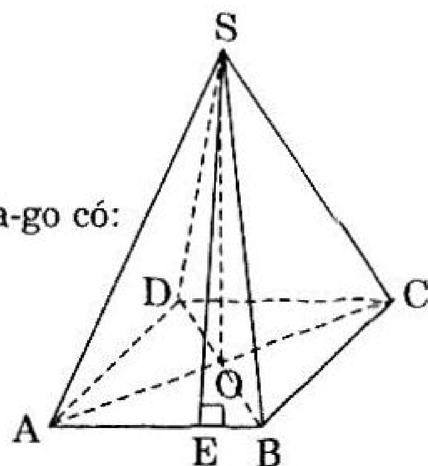
Thể tích hình lăng trụ đứng này là:

$V = S \;.\; h = 24 \;.\; 12 = 288\ (cm^2)$

Đáp số: $288cm^2$.

51. Chọn B.

52. a) Vẽ SE là trung đoạn của hình chóp.



Ta có: $AE = \frac{AB}{2} = 6cm$.

Tam giác SAE vuông tại E, theo định lí Py-ta-go có:

$$SE^2 + AE^2 = SA^2$$

$$\Rightarrow SE^2 = SA^2 - AE^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$\Rightarrow SE = 8cm.$$

Diện tích xung quanh là:

$$S_{xq} = \frac{1}{2} . 12 . 4 . 8 = 192 \ (cm^2).$$

Diện tích toàn phần là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_đ = 192 + 12^2 = 336 \ (cm^3).$$

b) $OE = \frac{AB}{2} = 6cm$

Tam giác SEO vuông tại O, theo định lí Py-ta-go có:

$$SO^2 + OE^2 = SE^2$$

$$\Rightarrow SO^2 = SE^2 - OE^2 = 8^2 - 6^2 = 28$$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{28} \text{ cm}.$$

Thể tích của hình chóp đều này là:

$$V = \frac{1}{3} . 12^2 . \sqrt{28} = 48\sqrt{28} \ (cm^3).$$

Đáp số: a) $336cm^3$

b) $48\sqrt{28} \ cm^3$

53. Chọn D.

54. Tam giác SEO vuông tại O, theo định lí Py-ta-go có:

$$SO^2 + OE^2 = SE^2$$

$$\Rightarrow OE^2 = SE^2 - SO^2 = 5^2 - 4^2 = 9$$

$$\Rightarrow OE = 3cm$$

Mà $OE = \frac{BC}{2} \Rightarrow BC = 2OE = 6$ (cm)

Thể tích của hình chóp tứ giác đều đã cho là:

$$V = \frac{1}{3} . S . h = \frac{1}{3} . 6^2 . 4 = 48 \text{ (cm}^3)$$

Đáp số: $48cm^3$.

55. Hình đã cho gồm hai hình chóp tứ giác đều cạnh đáy là 6cm và các chiều cao hình chóp lần lượt là 5cm, 4cm.

Thể tích của hình chóp đều có chiều cao 5cm là:

$$V_1 = \frac{1}{3} S . h_1 = \frac{1}{3} . 6^2 . 5 = 60 \text{ (cm}^3)$$

Thể tích của hình chóp đều có chiều cao 4cm là:

$$V_2 = \frac{1}{3} . S . h_2 = \frac{1}{3} . 6^2 . 4 = 48 \text{ (cm}^3)$$

Thể tích cần tìm là:

$60 + 48 = 108$ (cm^3)

Đáp số: $108cm^3$.

BÀI TẬP ÔN CUỐI NĂM

A/ PHẦN ĐẠI SỐ

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $a^2 - b^2 - 6a + 9$ b) $x^2 + 8x - 9$ c) $5x^3 - 40y^3$

2. a) Thực hiện phép chia: $(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4x - 5) : (x^2 - 1)$.

b) Cho $x \neq \pm 1$. Chứng minh rằng: $\frac{x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 1} > 0$

3. Chứng tỏ rằng không tồn tại bốn số lẻ x, y, z, t thỏa mãn.

$x^2 + y^2 = z^2 + t^2 + 2004$.

Cho x, y khác 0 và $x \neq y$.

4. Rút gọn biểu thức: $\frac{(x + y)^2 + (x - y)^2}{2x^2 - 4xy + 2y^2} - \frac{2}{xy} : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2$.

5. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^3}{c^2+ca+a^2}$$

$$=\frac{b^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{c^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{a^3}{c^2+ca+a^2}$$

6. Tìm các giá trị nguyên của x để phân thức M có giá trị là một số nguyên: $M=\frac{6x^2+5x+76}{2x-1}$

7. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{3x-5}{4}-\frac{x-1}{3}=\frac{2x+1}{6}$

b) $\frac{2(7x-4)}{15}-\frac{3x-1}{5}=\frac{3(x+4)}{10}$

c) $\frac{2x-1}{3}+\frac{4(x-1)}{5}+x=\frac{7x-1}{4}$.

8. Giải các phương trình sau:

a) $|3x-5|=4$ b) $|2x-5|-x=1$

9. Giải phương trình sau: $\frac{x+4}{2001}+\frac{x+1}{2004}=\frac{x+2000}{5}+\frac{x+2003}{2}$

10. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{1}{4x-3}+\frac{1}{1-3x}=\frac{-1}{(4x-3)(1-3x)}$

b) $\frac{3x-1}{x-1}-\frac{2x+5}{x+3}+\frac{4}{(x-1)(x+3)}=2$

11. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{x+4}{596}+\frac{x-3}{201}+\frac{x+100}{250}=-6$

b) $(x^2-4)\left(\frac{1}{x+5}+\frac{1}{x+2}\right)=0$

12. Một hình chữ nhật có chiều dài bằng 5 lần chiều rộng. Nếu giảm mỗi cạnh đi 4m thì diện tích hình chữ nhật giảm đi $224m^2$. Tính các cạnh của hình chữ nhật.

13. Một xí nghiệp lập kế hoạch may áo theo đó mỗi ngày phải may 44 cái áo. Khi thực hiện, mỗi ngày xí nghiệp may được 57 cái áo. Do đó, xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày và còn may thêm 8 cái áo nữa. Hỏi theo kế hoạch, xí nghiệp phải may bao nhiêu cái áo?

14. Tìm giá trị nhỏ nhất của A biết: $A = \frac{x^2 - 2x + 2005}{x^2}$ với a $\neq 0$.

15. Giải các bất phương trình sau:

a) $\frac{x-4}{x-7} > 1$ b) $\frac{x+1}{2004} + \frac{x+2}{2003} > \frac{x+3}{2002} + \frac{x+4}{2001}$

B/ PHẦN HÌNH HỌC

1. Cho tứ giác ABCD. AC cắt BD tại O. Chứng minh rằng:

a) AB + CD < AC + BD b) $S_{ABCD} \leq \frac{1}{2}AC . BD$

2. Cho hình thang cân ABCD (AB // CD). Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC, CD, BD.

a) Chứng minh rằng EFGH là hình thoi.

b) Hình thang cân ABCD có thêm điều kiện gì thì EFGH là hình vuông?

3. Cho hình thang vuông ABCD (A = D = 90^0), có AB = $\frac{1}{2}$CD. Gọi H là hình chiếu của D trên AC; M, N lần lượt là trung điểm của HC, HD.

Chứng minh rằng:

a) Tứ giác ABMN là hình bình hành.

b) MN $\perp$ AD.

c) BM $\perp$ MD.

4. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. M là điểm di động trên cạnh BC. Vẽ MD $\perp$ AB (D $\in$ AB), ME $\perp$ AC (E $\in$ AC).

a) Tứ giác ADME là hình gì?

b) Xác định vị trí M để ADME là hình vuông.

c) Chứng minh chu vi ADME không đổi.

d) Tìm vị trí M để DE ngắn nhất.

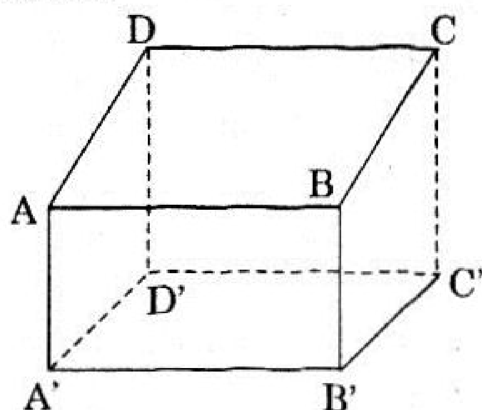
5. Cho tam giác ABC, D trên cạnh AC sao cho $\frac{DA}{DC} = \frac{2}{3}$, E là điểm trên đoạn thẳng AD sao cho $\frac{EB}{ED} = \frac{1}{2}$, AE cắt BC tại F. Tính tỉ số diện tích tam giác ABF và tam giác ABC.

6. Cho tam giác ABC, D, E trên cạnh AB,AC sao cho $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, M là điểm trên đoạn thẳng DE sao cho $\frac{MD}{ME} = \frac{2}{3}$, AM cắt BC tại N. Tính tỉ số $\frac{NB}{NC}$.

7. a) Cho tam giác ABC có AB < AC, D là điểm nằm giữa A và C có $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$. Chứng minh rằng: $AB^2 = AC . AD$.

b) Cho tam giác ABC có AB < AC , D là điểm nằm giữa A và C có $AB^2 = AC . AD$. Chứng minh rằng: $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$.

8. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'.



a) Cho biết AB = 6cm, BC = 4cm, AA' = 5cm. Tính thể tích hình hộp chữ nhật.

b) Chứng minh rằng:

$$AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$$

9. Cho hình chóp đều S_{ABCD} có đáy AB = 14cm, cạnh bên SA = 20cm. Tính chiều cao SO, thể tích của hình chóp.

Giải

A/ PHẦN ĐẠI SỐ

1. a) $a^2 - b^2 - 6a + 9 = (a^2 - 6a + 9) - b^2 = (a - 3)^2 - b^2$

$= (a - 3 + b)(a - 3 - b)$

b) $x^2 + 8x - 9 = x^2 - x + 9x - 9 = x(x-1) + 9(x-1)$

$= (x - 1)(x + 9)$

c) $5x^3 - 40y^3 = 5(x^3 - 8y^3) = 5\left[x^3 - (2y)^3\right]$

$= 5(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$

2. a)

$$\begin{array}{r|l} x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4x - 5 & x^2 - 1 \\ \hline x^4 \qquad\quad - x^2 \qquad\qquad\quad & x^2 + 4x + 5 \\ \hline -\; 4x^3 + 5x^2 - 4x - 5 & \\ 4x^3 \qquad\quad - 4x \qquad & \\ \hline -\; 5x^2 \qquad - 5 & \\ 5x^2 \qquad - 5 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Vậy $(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4x - 5) : (x^2 - 1) = x^2 + 4x + 5$.

b) $x^2 + 4x + 5 = (x^2 + 4x + 4) + 1 = (x + 2)^2 + 1 > 0$.

Theo (a) có: $\dfrac{x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 1} = x^2 + 4x + 5$

Do đó: $\dfrac{x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 1} > 0$

3. Giả sử có x, y, z, t lẻ thỏa mãn: $x^2 + y^2 = z^2 + t^2 + 2004$ (*)

Ta có: $x^2 - z^2 \vdots 8$; $y^2 - t^2 \vdots 8$ (chứng minh ở a)

Mà: $2004 \not\vdots 8$

Do đó: (*) không xảy ra.

Vậy không tồn tại bốn số lẻ x, y, z, t thỏa mãn:

$x^2 + y^2 = z^2 + t^2 + 2004$.

4. $\dfrac{(x + y)^2 + (x - y)^2}{2x^2 - 4xy + 2y^2} - \dfrac{2}{xy} : \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y}\right)^2$

$= \dfrac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{2(x^2 - 2xy + y^2)} - \dfrac{2}{xy} : \left(\dfrac{y - x}{xy}\right)^2$

$= \dfrac{2(x^2 + y^2)}{2(x - y)^2} - \dfrac{2}{xy} \cdot \dfrac{x^2y^2}{(x - y)^2}$

$= \dfrac{(x^2 + y^2)}{(x - y)^2} - \dfrac{2xy}{(x - y)^2}$

$= \dfrac{x^2 + y^2 - 2xy}{(x - y)^2} = \dfrac{(x - y)^2}{(x - y)^2} = 1$.

5. $$\frac{a^3}{a^2+ab+b^2}-\frac{b^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3}{b^2+bc+c^2}-\frac{c^3}{b^2+bc+c^2}$$

$$+\frac{c^3}{c^2+ca+a^2}-\frac{a^3}{c^2+ca+a^2}$$

$$=\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3-c^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^3-a^3}{c^2+ca+a^2}$$

$$= a-b+b-c+c-a=0$$

Do đó: $$\frac{a^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^3}{c^2+ca+a^2}$$

$$=\frac{b^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{c^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{a^3}{c^2+ca+a^2}$$

6. $$M=\frac{6x^2+5x+76}{2x-1}=\frac{6x^2-3x+8x-4+80}{2x-1}$$

$$=\frac{3x(2x-1)+4(2x-1)+80}{2x-1}$$

$$=3x+4+\frac{80}{2x-1}$$ có giá trị là số nguyên.

Nên: $2x-1$ là ước của 80.

Mà: $2x-1$ là số lẻ.

Do đó: $2x-1\in\{1;-1;5;-5\}\Leftrightarrow 2x\in\{2;0;6;-4\}\Leftrightarrow x\in\{1;0;3;-2\}$

7. a) $$\frac{3x-5}{4}-\frac{x-1}{3}=\frac{2x+1}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(3x-5)-4(x-1)}{12}=\frac{2(2x+1)}{12}$$

$$\Leftrightarrow 3(3x-5)-4(x-1)=2(2x+1)$$

$$\Leftrightarrow 9x-15-4x+4=4x+2$$

$$\Leftrightarrow 5x-11=4x+2$$

$$\Leftrightarrow 5x-4x=2+11$$

$$\Leftrightarrow x=13$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{13\}$.

b) $\frac{2(7x-4)}{15}-\frac{3x-1}{5}=\frac{3(x+4)}{10}$

$\Leftrightarrow \frac{4(7x-4)-6(3x-1)}{30}=\frac{9(x+4)}{30}$

$\Leftrightarrow 28x-16-18x+6=9x+36$

$\Leftrightarrow 10x-10=9x+36$

$\Leftrightarrow 10x-9x=36+10$

$\Leftrightarrow x=46$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{46\}$

c) $\frac{2x-1}{3}+\frac{4(x-1)}{5}+x=\frac{7x-1}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{20(2x-1)+48(x-1)+60x}{60}=\frac{15(7x-1)}{4}$

$\Leftrightarrow 40x-20+48x-48+60x=105x-15$

$\Leftrightarrow 148x-68=105x-15$

$\Leftrightarrow 148x-105x=-15+68$

$\Leftrightarrow 43x=53$

$\Leftrightarrow x=\frac{53}{43}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{53}{43}\right\}$.

8. a) $4>0$, nên $|3x-5|=4$

Ta có: $\left[\begin{array}{l}3x-5=4\\3x-5=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x=9\\3x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\frac{1}{3}\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{3,\frac{1}{3}\right\}$

b) $|2x-5|-x=1\Leftrightarrow|2x-5|=1+x$

Điều kiện: $1+x\geq 0\Leftrightarrow x\geq -1$

Do đó: $\left[\begin{array}{l}2x-5=1+x\\2x-5=-(1+x)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-x=1+5\\2x+x=-1+5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=\frac{4}{3}\end{array}\right.$

$6 > -1;\ \frac{4}{3} > -1$: thỏa điều kiện

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{6; \frac{4}{3}\right\}$.

9. $\frac{x+4}{2001} + \frac{x+1}{2004} = \frac{x+2000}{5} + \frac{x+2003}{2}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x+4}{2001} + 1\right) + \left(\frac{x+1}{2004} + 1\right) = \left(\frac{x+2000}{5} + 1\right) + \left(\frac{x+2003}{2} + 1\right)$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x+4+2001}{2001}\right) + \left(\frac{x+1+2004}{2004}\right) = \left(\frac{x+2000+5}{5}\right) + \left(\frac{x+2003+2}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{x+2005}{2001} + \frac{x+2005}{2004} = \frac{x+2005}{5} + \frac{x+2005}{2}$

$\Leftrightarrow (x+2005)\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2001} - \frac{1}{2004}\right) = 0.$

Mà: $\frac{1}{5} > \frac{1}{2001};\ \frac{1}{2} > \frac{1}{2004}$

Nên: $\frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2001} - \frac{1}{2004} > 0$

Do đó: $x + 2005 = 0$

$x = -2005$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2005\}$.

10) a) ĐKXĐ: $x \neq \frac{3}{4}, x \neq \frac{1}{3}$

Quy đồng và khử mẫu ta được:

$1 - 3x + 4x - 3 = -1$

$\Leftrightarrow \quad x - 2 = -1$

$\Leftrightarrow \quad x = -1 + 2$

$\Leftrightarrow \quad x = 1$ (thỏa ĐKXĐ)

Vậy $S = \{1\}$.

b) ĐKXĐ: $x \neq 1, x \neq -3$

Quy đồng và khử mẫu ta được:

$(3x-1)(x+3)-(2x+5)(x-1)+4=2(x-1)(x+3)$

$\Leftrightarrow 3x^2+9x-x-3-2x^2+2x-5x+5+4=2x^2+6x-2x-6$

$\Leftrightarrow x^2+5x+6=2x^2+4x-6$

$\Leftrightarrow 2x^2+4x-6-x^2-5x-6=0$

$\Leftrightarrow x^2-x-12=0$

$\Leftrightarrow x^2-4x+3x-12=0$

$\Leftrightarrow x(x-4)+3(x-4)=0$

$\Leftrightarrow (x-4)(x+3)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \text{ (thỏa mãn ĐKXĐ)} \\ x=-3 \text{ (không thỏa mãn ĐKXĐ)} \end{array}\right.$

Vậy $S=\{4\}$.

11. $\dfrac{x+4}{596}+\dfrac{x-3}{201}+\dfrac{x+100}{250}=-6$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{x+4}{596}+1\right)+\left(\dfrac{x-3}{201}+3\right)+\left(\dfrac{x+100}{250}+2\right)=0$

12. Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là x (m) (điều kiện $x>0$)

chiều dài của hình chữ nhật là 5x (m)

Diện tích của hình chữ nhật lúc đầu là:

$x \cdot 5x = 5x^2$ (m^2)

Chiều rộng của hình chữ nhật sau khi giảm:

$x-4$ (m)

Chiều dài hình chữ nhật sau khi giảm là:

$5x-4$(m)

và diện tích lúc đó là:

$(5x-4)(x-4)$ (m^2)

Theo đầu bài, ta có phương trình:

$5x^2-(5x-4)(x-4)=224$

$5x^2-(5x^2-20x-4x+16)=224$

$5x^2-5x^2+20x+4x-16=224$

$24x=224+16$

$x=10$ (thỏa ĐKXĐ)

Vậy chiều rộng của hình chữ nhật là 10m, chiều dài của hình chữ nhật là 50m.

13. Gọi số cái áo may theo kế hoạch là x (cái áo) (điều kiện $x \in N^*$)

số cái áo may theo thực tế là x + 8 (cái áo)

thời gian theo kế hoạch: $\frac{x}{44}$ (ngày)

thời gian theo thực tế: $\frac{x+8}{57}$ (ngày)

Theo đầu bài ta có phương trình:

$$\frac{x}{44} - \frac{x+8}{57} = 1$$

$$57x - 44(x + 8) = 44 . 57$$

$$57x - 44x - 352 = 2508$$

$$13x = 2508 + 352$$

$$x = 2860 : 13$$

$$x = 220 \text{ (thỏa điều kiện trên)}$$

Vậy số cái áo may theo kế hoạch là 220 cái áo.

14. $A = \frac{x^2 - 2x + 2005}{x^2} = \frac{2005x^2 - 2.2005x + 2005^2}{2005x^2}$

$= \frac{2004x^2 + x^2 - 2.2005 + 2005^2}{2005x^2} = \frac{2004}{2005} + \frac{(x-2005)^2}{2005x^2} \geq \frac{2004}{2005}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x - 2005 = 0 \Leftrightarrow x = 2005$.

Vậy giá trị bé nhất của A là $\frac{2004}{2005}$.

15. a) $\frac{x-4}{x-7} > 1$

$\Leftrightarrow \frac{x-4}{x-7} - 1 > 0$

$\Leftrightarrow \frac{x-4-x+7}{x-7} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{x-7} > 0$

$\Leftrightarrow x - 7 > 0$

$\Leftrightarrow x > 7$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x > 7\}$.

b) $\dfrac{x+1}{2004} + \dfrac{x+2}{2003} > \dfrac{x+3}{2002} + \dfrac{x+4}{2001}$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{x+1}{2004} + 1\right) + \left(\dfrac{x+2}{2003} + 1\right) > \left(\dfrac{x+3}{2002} + 1\right) + \left(\dfrac{x+4}{2001} + 1\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+2005}{2004} + \dfrac{x+2005}{2003} > \dfrac{x+2005}{2002} + \dfrac{x+2005}{2001}$

$\Leftrightarrow (x+2005)\left(\dfrac{1}{2004} + \dfrac{1}{2003} - \dfrac{1}{2002} - \dfrac{1}{2001}\right) > 0$

$\Leftrightarrow \qquad x + 2005 < 0$

$\Leftrightarrow \qquad x < -2005$

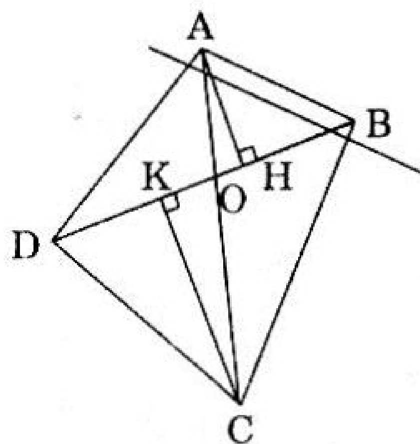
(vì $\dfrac{1}{2004} < \dfrac{1}{2002}, \dfrac{1}{2003} < \dfrac{1}{2001}$ Nên $\dfrac{1}{2004} + \dfrac{1}{2003} - \dfrac{1}{2002} - \dfrac{1}{2001} < 0$)

Vậy nghiệm của bất phương trình là $S = \{x / x < -2005\}$.

B/ PHẦN HÌNH HỌC

1. a) Xét ΔOAB có $AB < OA + OB$ (bất đẳng thức trong tam giác)

Xét ΔOCD có $CD < OC + OD$ (bất đẳng thức trong tam giác)



Do đó: $AB + CD < OA + OC + OB + OD$

$\Rightarrow AB + CD < AC + BD$

b) Vẽ $AH \perp BD$, $CK \perp BD$ ($H, K \in BD$)

Ta có: $AH \leq AO$, $CK \leq OC$

Nên: $AH + CK \leq OA + OC$

$\Rightarrow AH + CK \leq AC$

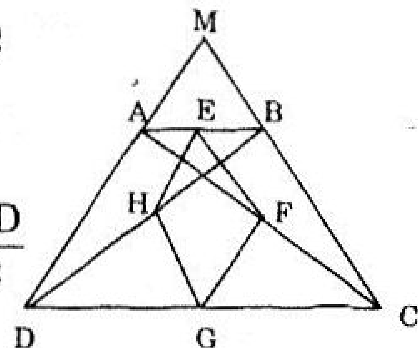
Vậy: $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{CBD} = \dfrac{1}{2}AH \,.\, BD + \dfrac{1}{2}CK \,.\, BD$

$= \dfrac{1}{2}(AH + CK)\,BD \leq \dfrac{1}{2}AC \,.\, BD$

2. a) E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC (gt)

$\Rightarrow$ EF là đường trung bình của tam giác ABC

$\Rightarrow EF = \frac{BC}{2}$



Tương tự có: $FG = \frac{AD}{2}$, $GH = \frac{BC}{2}$, $HE = \frac{AD}{2}$

Mà: AD = BC (ABCD là hình thang cân)

Do đó: EF = FG = GH = HE

$\Rightarrow$ Tứ giác EFGH là hình thoi.

b) Gọi M là giao điểm của AD và BC

tứ giác EFGH là hình vuông

$\Leftrightarrow$ Hình thoi EFGH có $\widehat{HEF} = 90^0$

$\Leftrightarrow HE \perp EF$

$\Leftrightarrow BC \perp AD$

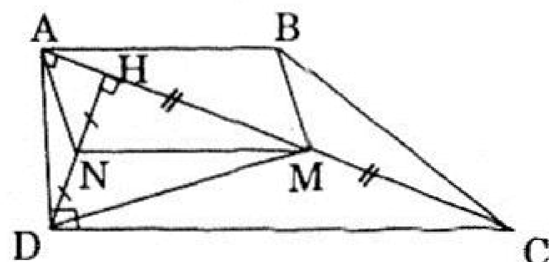
$\Leftrightarrow$ Tam giác MDC vuông cân tại M

$\Leftrightarrow$ Hình thang cân ABCD (AB // CD) có $\widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 45^0$.

3. a) M, N lần lượt là trung điểm HC, HD (gt)

$\Leftrightarrow$ MN là đường trung bình của tam giác HDC

$\Leftrightarrow MN // CD, MN = \frac{CD}{2}$



Ta có: $AB = MN \left(= \frac{CD}{2}\right)$

AB // MN (// CD)

$\Rightarrow$ Tứ giác ABMN là hình bình hành.

b) MN // CD, $CD \perp AD$ ($\widehat{ADC} = 90^0$), $MN \perp AD$

c) Tam giác ADM có MN, DH là hai đường cao cắt nhau tại N

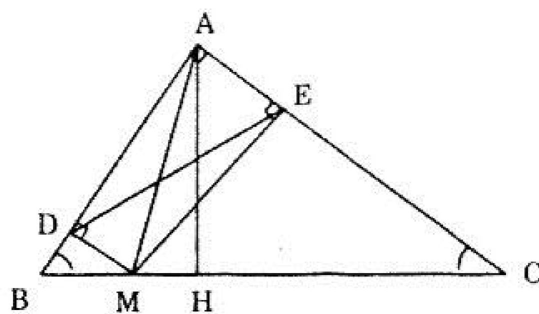
$\Rightarrow$ N là trực tâm của tam giác ADM

$\Rightarrow AN \perp MD$

Mà: AN // BM (ABMN là hình bình hành)

Do đó: $BM \perp MD$.

4. a) Tứ giác ADME có: $\widehat{DAE} = 90^0$, $\widehat{ADM} = 90^0$, $\widehat{AEM} = 90^0$ nên là hình chữ nhật.



b) Tứ giác ADME là hình vuông

$\Leftrightarrow$ Hình chữ nhật ADME có AM là đường phân giác $\widehat{DAE}$.

$\Leftrightarrow$ M là chân đường phân giác vẽ từ A của tam giác ABC.

c) ΔDBM vuông tại D có $\widehat{DBM} = 45^0$ nên ΔDBM vuông cân tại D

$\Rightarrow$ DM = DB.

CV(ADME) = 2(AD + DM) = 2(AD + DB) = 2AB, không đổi

d) Vẽ AH $\perp$ BC (H $\in$ BC), ta có H cố định và AM $\geq$ AH

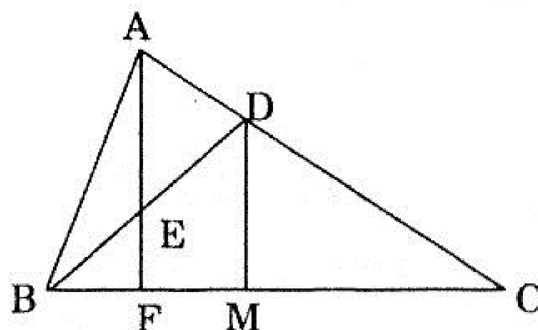
DE = AM (ADME là hình chữ nhật)

Do đó DE $\geq$ AM, không đổi

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ M $\equiv$ H

Vậy khi M là chân đường vuông góc vẽ từ A đến BC thì DE ngắn nhất.

5. Trên đoạn thẳng FC lấy điểm M sao cho $\frac{MF}{MC} = \frac{2}{3}$.



Xét ΔAFC có $\frac{DA}{DC} = \frac{MF}{MC} \left(= \frac{2}{3}\right)$,

Theo định lí đảo Ta–lét ta có: AF // DM

Xét ΔBDM có DM // EF, theo định lí Ta–lét có: $\frac{BF}{FM} = \frac{EB}{ED} = \frac{1}{2}$.

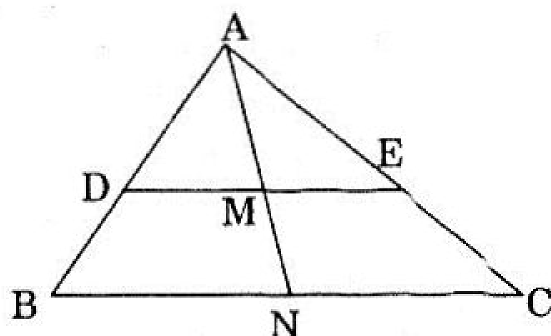
Nên: $BF = \frac{1}{2}FM$, $MF = \frac{2}{3}MC$

$\Rightarrow BF = \frac{MF}{2} = \frac{MC}{3} = \frac{BF + FM + MC}{1 + 2 + 3} = \frac{BC}{6}$

$\Rightarrow BF = \frac{1}{6}BC$

Do đó $S_{ABF} = \frac{1}{6}S_{ABC} \Rightarrow \frac{S_{ABF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{6}$.

6. Xét ΔABC có $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (gt)



Theo định lí đảo Ta-lét có: DE // BC

ΔADM có MD // BN nên theo hệ quả của định lí Ta-lét có:

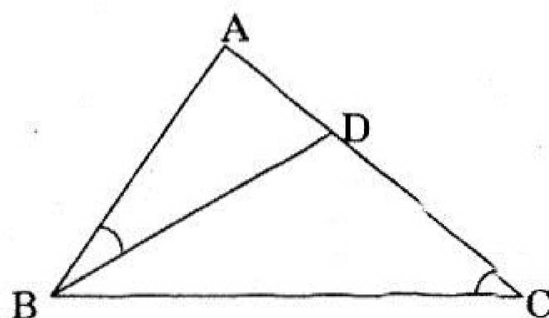
$\frac{MD}{NB} = \frac{AM}{AN}$

Tương tự có: $\frac{ME}{NC} = \frac{AM}{AN}$

Do đó: $\frac{MD}{NB} = \frac{ME}{NC} \Rightarrow \frac{MD}{ME} = \frac{NB}{NC}$

Vậy $\frac{NB}{NC} = \frac{2}{3}$.

7. a) Xét ΔADB và ΔABC có: $\widehat{DAB}$ (chung), $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$ (gt)



Do đó: $\Delta ADB \backsim \Delta ABC$

$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$

$\Rightarrow AB^2 = AC \cdot AD$

b) Xét ΔADB và ΔABC có:

$\widehat{DAB}$ (chung), $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ (vì $AB^2 = AC \cdot AD$)

Do đó: $\Delta ADB \backsim \Delta ABC$

$\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACB}$.

8. a) Thể tích của hình hộp chữ nhật là: $6 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ (cm^3)

b) $CC' \perp mp\,(ABCD) \Rightarrow CC' \perp AC$

Tam giác ACC' vuông tại C, theo định lí Py-ta-go có:

$AC'^2 = AC^2 + CC'^2$

Tam giác ABC vuông tại B, theo định lí Py-ta-go có:

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

Mà: $BC = AD$, $CC' = AA'$

Do đó: $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$.

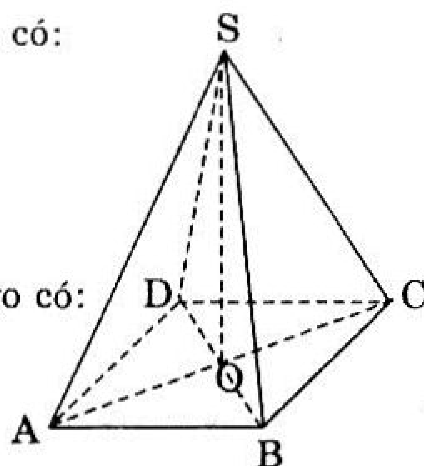
9. Tam giác OAB vuông tại O, theo định lí Pitago có:

$OA^2 + OB^2 = AB^2$

$OA = OB$, $AB = 14$ cm

Nên $2OA^2 = 14^2 \Rightarrow OA^2 = 98$

Tam giác SOA vuông tại O, theo định lí Pitago có:



$OA^2 + SO^2 = SA^2$

$\Rightarrow SO^2 = SA^2 - OA^2 = 20^2 - 98 = 302$

$\Rightarrow SO = \sqrt{302}$ (cm)

Diện tích đáy ABCD là:

$AB^2 = 14^2 = 196$ (cm^2)

Thể tích hình chóp là:

$$V = \frac{1}{3}B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 196 \cdot \sqrt{302} = \frac{196}{3}\sqrt{302} \text{ (cm}^3\text{)}$$

Đáp số: $\sqrt{302}$ cm

$\frac{196}{3}\sqrt{302}$ cm^3

MỤC LỤC

PHẦN ĐẠI SỐ

PHẦN HÌNH HỌC